

前期日程

令和6年度入学試験問題（前期日程）

# 数 学

（農学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子1冊および解答紙4枚がある。解答紙は1枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は **1** から **4** まで4問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答は、できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は、表面の右下に「裏面に続く」と書き、解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙4枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 平面上に  $OA = 4$ ,  $OB = \sqrt{2}$  を満たす  $\triangle OAB$  がある。頂点  $B$  から直線  $OA$  に下ろした垂線を  $BC$  とする。また、頂点  $O$  から直線  $AB$  に下ろした垂線を  $OD$  とする。このとき、点  $C$  は辺  $OA$  を  $1:3$  に内分しているとする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$  とおくとき、次の問に答えよ。

- (1) 内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  を求めよ。
- (2) 実数  $s, t$  を用いて  $\overrightarrow{OD} = s\vec{a} + t\vec{b}$  の形に表すとき、 $s$  と  $t$  の値を求めよ。さらに、 $|\overrightarrow{OD}|$  の値を求めよ。
- (3) 直線  $BC$  と直線  $OD$  の交点を  $P$  とするとき、 $|\overrightarrow{OP}|$  の値を求めよ。

2 座標平面上で、点Pは原点(0,0)を出発点とし、1個のさいころを投げて  
出た目によって次の通りに動くものとする。

出た目が奇数のとき、 $x$ 軸の正の向きに1だけ動く

出た目が2または4のとき、 $x$ 軸の負の向きに1だけ動く

出た目が6のとき、 $y$ 軸の正の向きに1だけ動く

$n$ を2以上の自然数とするとき、次の問に答えよ。

- (1) さいころを $n$ 回投げるとき、点Pの座標が $(1, n-1)$ となる場合は何通りあるか。
- (2) さいころを $n$ 回投げるとき、点Pの座標が $(0, n-2)$ となる場合は何通りあるか。
- (3) さいころを $n$ 回投げるとき、点Pの $x$ 座標が0以上、かつ $y$ 座標が $n-2$ 以上となる場合は何通りあるか。

3  $t$ は $0 < t < 1$ を満たすとする。

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2tx + 1, \quad g(x) = -\frac{1}{2}x^2 - (t-2)x - 2t + 1$$

とおく。次の問に答えよ。

- (1) 2つの曲線  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  の交点の  $x$  座標をすべて求めよ。
- (2) 2つの曲線  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  および直線  $x = 2t$  で囲まれた2つの図形のうち、左側の図形の面積  $S(t)$  を求めよ。
- (3)  $t$ が $0 < t < 1$ の範囲を動くとき、(2)の  $S(t)$  の増減を調べ、極値を求めよ。

4  $f(x) = 4x^3 - 3x$  について、次の問に答えよ。

(1) 関数  $y = f(x)$  の増減を調べ、方程式  $f(x) = a$  が異なる実数解を 3 個もつための、定数  $a$  についての条件を求めよ。

(2)  $\cos 3\theta = f(\cos \theta)$  を示せ。

(3) 方程式  $f(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$  の実数解をすべて求めよ。