

前期日程

令和6年度入学試験問題（前期日程）

# 数 学

（理工学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子1冊および解答紙4枚がある。解答紙は1枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は **1** から **4** まで4問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答は、できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は、表面の右下に「裏面に続く」と書き、解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙4枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 平面上に  $OA = 4$ ,  $OB = \sqrt{2}$  を満たす  $\triangle OAB$  がある。頂点  $B$  から直線  $OA$  に下ろした垂線を  $BC$  とする。また、頂点  $O$  から直線  $AB$  に下ろした垂線を  $OD$  とする。このとき、点  $C$  は辺  $OA$  を  $1:3$  に内分しているとする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$  とおくとき、次の間に答えよ。

(1) 内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  を求めよ。

(2) 実数  $s, t$  を用いて  $\overrightarrow{OD} = s\vec{a} + t\vec{b}$  の形に表すとき、 $s$  と  $t$  の値を求めよ。さらに、 $|\overrightarrow{OD}|$  の値を求めよ。

(3) 直線  $BC$  と直線  $OD$  の交点を  $P$  とするとき、 $|\overrightarrow{OP}|$  の値を求めよ。

2 座標平面上で、点Pは原点(0, 0)を出発点とし、1個のさいころを投げて出た目によって次の通りに動くものとする。

出た目が奇数のとき、 $x$ 軸の正の向きに1だけ動く

出た目が2または4のとき、 $x$ 軸の負の向きに1だけ動く

出た目が6のとき、 $y$ 軸の正の向きに1だけ動く

$n$ を2以上の自然数とするとき、次の問に答えよ。

- (1) さいころを $n$ 回投げるとき、点Pの座標が $(1, n-1)$ となる場合は何通りあるか。
- (2) さいころを $n$ 回投げるとき、点Pの座標が $(0, n-2)$ となる場合は何通りあるか。
- (3) さいころを $n$ 回投げるとき、点Pの $x$ 座標が0以上、かつ $y$ 座標が $n-2$ 以上となる場合は何通りあるか。

3  $k$  を定数とする。曲線  $y = e^{\sqrt{x}}$  と直線  $y = kx$  が 1 点  $P$  で接しているとき、次の問に答えよ。

(1) 定数  $k$  の値と点  $P$  の座標を求めよ。

(2) 曲線  $y = e^{\sqrt{x}}$  と直線  $y = kx$  および  $y$  軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

4

複素数平面上に  $|\alpha| = 2$  を満たす点  $A(\alpha)$  がある。方程式

$$|z - 1| = \sqrt{2} \quad \dots\dots ①$$

$$|z - \alpha| = \sqrt{5} \quad \dots\dots ②$$

について、次の間に答えよ。

- (1) 複素数平面上で方程式 ① を満たす点  $z$  の全体が表す図形を描け。また、方程式 ① および ② を満たす複素数  $z$  の個数が 2 個であることを示せ。
- (2) 方程式 ① および ② を満たす複素数  $z$  について

$$\bar{z}(\alpha - 1) + z(\bar{\alpha} - 1) = 0$$

が成り立つことを示せ。

- (3) 方程式 ① および ② を満たす異なる 2 つの複素数を  $\beta, \gamma$  とする。2 点  $B(\beta), C(\gamma)$  と原点  $O$  が一直線上にあることを示せ。また、 $|\beta| = b$  とおくと、 $|\gamma|$  を  $b$  を用いて表せ。