令和６年度入学試験（教育学部）

氏　　名

数学解答紙〔その１〕

受験番号

評点欄

1

1

(1) $\overrightarrow{\mathrm{BC}}\perp\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ より $\overrightarrow{\mathrm{BC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}=0$ 　よって $(\overrightarrow{\mathrm{OC}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}})\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}=0$

$\left(\frac{1}{4}\vec{a}-\vec{b}\right)\cdot\vec{a}=0$ より $\frac{1}{4}|\vec{a}|^2-\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

したがって $\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{4}|\vec{a}|^2=\frac{1}{4}\cdot16=4$ …答

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OD}}=s\vec{a}+t\vec{b}$ とすると，点Dは直線AB上の点なので　$s+t=1$ …①

また，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}\perp\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ より　$\overrightarrow{\mathrm{OD}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=0$

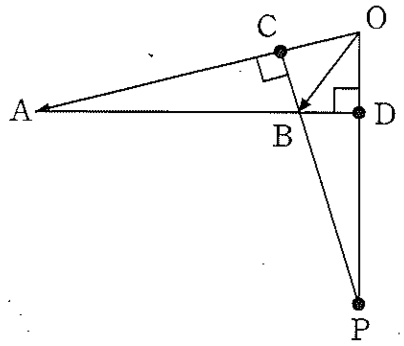
$\overrightarrow{\mathrm{OD}}\cdot(\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}})=0$

$(s\vec{a}+t\vec{b})\cdot(\vec{b}-\vec{a})=0$

$s\vec{a}\cdot\vec{b}-s|\vec{a}|^2+t|\vec{b}|^2-t\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

$4s-16s+2t-4t=0$

整理すると　$6s+t=0$ …②



①，②を解くと　$s=-\frac{1}{5}$，$t=\frac{6}{5}$ …答

したがって，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=-\frac{1}{5}\vec{a}+\frac{6}{5}\vec{b}$ より

$|\overrightarrow{\mathrm{OD}}|^2=\left(\frac{1}{5}\right)^2|-\vec{a}+6\vec{b}|^2=\frac{1}{25}(|\vec{a}|^2-12\vec{a}\cdot\vec{b}+36|\vec{b}|^2)=\frac{1}{25}(16-12\cdot4+36\cdot2)=\frac{8}{5}$

$|\overrightarrow{\mathrm{OD}}|>0$ なので　$|\overrightarrow{\mathrm{OD}}|=\sqrt{\frac{8}{5}}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$ …答

(3) 3点O，D，Pは同一直線上の点なので，実数 k を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=k\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ と表せる。

よって，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=k\left(-\frac{1}{5}\vec{a}+\frac{6}{5}\vec{b}\right)=-\frac{1}{5}k\vec{a}+\frac{6}{5}k\vec{b}$ …③

また，3点C，B，Pは同一直線上の点なので，実数 ℓ を用いて $\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\ell\overrightarrow{\mathrm{CB}}$ と表せる。

よって，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\ell(\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OC}})$ より $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\ell\overrightarrow{\mathrm{OB}}+(1-\ell)\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\frac{1}{4}(1-\ell)\vec{a}+\ell\vec{b}$ …④

$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は一次独立なので，③，④より

$-\frac{1}{5}k=\frac{1}{4}(1-\ell)$，$\frac{6}{5}k=\ell$ より，これを解くと　$k=\frac{5}{2}$，$\ell=3$

よって，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{5}{2}\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ より $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|=\frac{5}{2}|\overrightarrow{\mathrm{OD}}|=\frac{5}{2}\cdot\frac{2\sqrt{10}}{5}=\sqrt{10}$ …答

令和6年度入学試験（教育学部）

氏　　名

数学解答紙〔その2〕

受験番号

評点欄

2

2

・出た目が奇数のとき、x軸の正の向きに1だけ動く事象を A

・出た目が2または4のとき、x軸の負の向きに1だけ動く事象を B

・出た目が6のとき、y軸の正の向きに1だけ動く事象を C とおく。

(1). さいころをn回投げて、点Pの座標が$(1, n-1)$となるとき。

n回中 Aが1回 Cが$n-1$回起こるので、

$${}_nC_1 \times 3 = 3n$$

$\therefore 3n$通り

(2). さいころをn回投げて、点Pの座標が$(0, n-2)$となるとき。

n回中 Aが1回, Bが1回, Cが$n-2$回起こるので、

$$\frac{n!}{(n-2)!} \times 3 \times 2 = 6n(n-1)$$

$\therefore 6n(n-1)$通り

(3). さいころをn回投げて、点Pのx座標が0以上かつy座標が$n-2$以上となるとき、次の4通りに分けられる。

i). n回中n回すべてC　1通り

ii). n回中 Aが1回, Cが$n-1$回

(1)より　$3n$通り

iii). n回中 Aが1回, Bが1回, Cが$(n-2)$回

(2)より　$6n(n-1)$通り

iv) n回中 Aが2回 Cが$(n-2)$回

$${}_nC_2 \times 3^2 = \frac{9}{2}n(n-1)\text{通り}$$

したがって、i)〜iv)より

$$1 + 3n + 6n(n-1) + \frac{9}{2}n(n-1)$$

$$= \frac{21}{2}n^2 - \frac{15}{2}n + 1$$

$\therefore \frac{21}{2}n^2 - \frac{15}{2}n + 1$通り

令和６年度入学試験（教育学部）

氏　　名

数　学　解　答　紙　〔その３〕

受験番号

評 点 欄

3

3

(1) $\frac{1}{2}x^2-2tx+1=-\frac{1}{2}x^2-(t-2)x-2t+1$ とすると

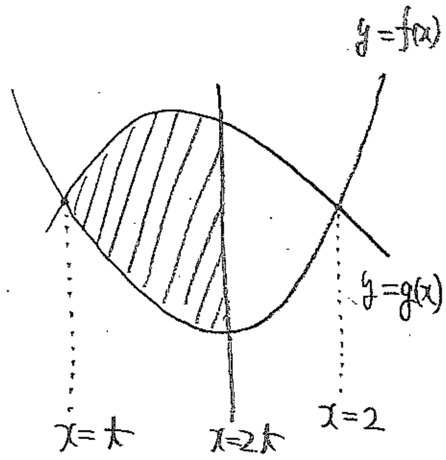
$x^2-(t+2)x+2t=0$

$(x-t)(x-2)=0$

$0<t<1$ より $t \neq 2$

よって　$x=t,\ 2$　…（答）

(2) $S(t)$ は、右図の斜線部分の面積なので、



$S(t)=\int_t^{2t}\{g(x)-f(x)\}dx$

$=\int_t^{2t}\{-x^2+(t+2)x-2t\}dx$

$=\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{t+2}{2}x^2-2tx\right]_t^{2t}$

$=-\frac{1}{3}\{(2t)^3-t^3\}+\frac{t+2}{2}\{(2t)^2-t^2\}-2t(2t-t)$

$=-\frac{5}{6}t^3+t^2$　…（答）

(3) $S'(t)=-\frac{5}{2}t^2+2t$

$=-\frac{5}{2}t\left(t-\frac{4}{5}\right)$

$S'(t)=0$ とすると、$0<t<1$ より $t=\frac{4}{5}$

t	0		$\frac{4}{5}$		1
$S'(t)$		$+$	0	$-$	
$S(t)$		↗	$\frac{16}{75}$	↘	

増減表より、

区間 $0<t\leqq\frac{4}{5}$ で単調に増加、

区間 $\frac{4}{5}\leqq t<1$ で単調に減少する

また、$t=\frac{4}{5}$ で極大値 $\frac{16}{75}$ をとる

極小値はもたない

…（答）