令和６年度入学試験（医学部・理工学部・農学部）

氏　名

数学解答紙〔その１〕

受験番号

評点欄

1

1

(1) $\overrightarrow{BC} \perp \overrightarrow{OA}$ より $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{OA} = 0$ 　よって $(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{OA} = 0$

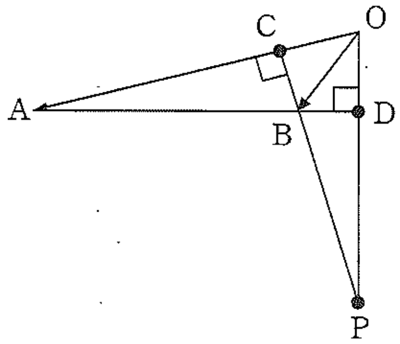
$\left(\frac{1}{4}\vec{a} - \vec{b}\right) \cdot \vec{a} = 0$ より $\frac{1}{4}|\vec{a}|^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

したがって $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{4}|\vec{a}|^2 = \frac{1}{4} \cdot 16 = 4$ 　…答

(2) $\overrightarrow{OD} = s\vec{a} + t\vec{b}$ とすると，点 D は直線 AB 上の点なので　$s + t = 1$ 　…①

また，$\overrightarrow{OD} \perp \overrightarrow{AB}$ より

$$\overrightarrow{OD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$
$$\overrightarrow{OD} \cdot (\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) = 0$$
$$(s\vec{a} + t\vec{b}) \cdot (\vec{b} - \vec{a}) = 0$$
$$s\vec{a} \cdot \vec{b} - s|\vec{a}|^2 + t|\vec{b}|^2 - t\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$
$$4s - 16s + 2t - 4t = 0$$



整理すると　$6s + t = 0$ 　…②

①，② を解くと　$s = -\frac{1}{5}$，$t = \frac{6}{5}$ 　…答

したがって，$\overrightarrow{OD} = -\frac{1}{5}\vec{a} + \frac{6}{5}\vec{b}$ より

$$|\overrightarrow{OD}|^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 |-\vec{a} + 6\vec{b}|^2 = \frac{1}{25}(|\vec{a}|^2 - 12\vec{a} \cdot \vec{b} + 36|\vec{b}|^2) = \frac{1}{25}(16 - 12 \cdot 4 + 36 \cdot 2) = \frac{8}{5}$$

$|\overrightarrow{OD}| > 0$ なので　$|\overrightarrow{OD}| = \sqrt{\frac{8}{5}} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$ 　…答

(3) 3 点 O，D，P は同一直線上の点なので，実数 k を用いて $\overrightarrow{OP} = k\overrightarrow{OD}$ と表せる。

よって，$\overrightarrow{OP} = k\left(-\frac{1}{5}\vec{a} + \frac{6}{5}\vec{b}\right) = -\frac{1}{5}k\vec{a} + \frac{6}{5}k\vec{b}$ …③

また，3 点 C，B，P は同一直線上の点なので，実数 ℓ を用いて $\overrightarrow{CP} = \ell\overrightarrow{CB}$ と表せる。

よって，$\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OC} = \ell(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC})$ より $\overrightarrow{OP} = \ell\overrightarrow{OB} + (1 - \ell)\overrightarrow{OC} = \frac{1}{4}(1 - \ell)\vec{a} + \ell\vec{b}$ …④

$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は一次独立なので，③，④ より

$-\frac{1}{5}k = \frac{1}{4}(1 - \ell)$，$\frac{6}{5}k = \ell$ より，これを解くと　$k = \frac{5}{2}$，$\ell = 3$

よって，$\overrightarrow{OP} = \frac{5}{2}\overrightarrow{OD}$ より $|\overrightarrow{OP}| = \frac{5}{2}|\overrightarrow{OD}| = \frac{5}{2} \cdot \frac{2\sqrt{10}}{5} = \sqrt{10}$ 　…答

令和６年度入学試験（医学部・理工学部・農学部）

氏　　名

数学解答紙〔その２〕

受験番号

評点欄

2

2

・出た目が奇数のとき、x軸の正の向きに1だけ動く事象をA

・出た目が2または4のとき、x軸の負の向きに1だけ動く事象をB

・出た目が6のとき、y軸の正の向きに1だけ動く事象をC　とおく。

(1). さいころをn回投げて、点Pの座標が$(1, n-1)$となるとき。

n回中Aが1回 Cが$n-1$回起こるので、

$${}_nC_1 \times 3 = 3n$$

$\therefore$ 3n通り

(2). さいころをn回投げて、点Pの座標が$(0, n-2)$となるとき。

n回中Aが1回、Bが1回、Cが$n-2$回起こるので、

$$\frac{n!}{(n-2)!} \times 3 \times 2 = 6n(n-1)$$

$\therefore$ $6n(n-1)$通り

(3). さいころをn回投げて、点Pのx座標が0以上かつy座標が$n-2$以上となるとき。

次の4通りに分けられる。

i). n回中n回すべてC　1通り

ii). n回中Aが1回、Cが$n-1$回

(1)より　3n通り

iii). n回中Aが1回、Bが1回、Cが$(n-2)$回

(2)より　$6n(n-1)$通り

iv) n回中Aが2回 Cが$(n-2)$回

$${}_nC_2 \times 3^2 = \frac{9}{2}n(n-1)\text{通り}$$

したがって、i)〜iv)より

$$1 + 3n + 6n(n-1) + \frac{9}{2}n(n-1)$$

$$= \frac{21}{2}n^2 - \frac{15}{2}n + 1$$

$\therefore$ $\frac{21}{2}n^2 - \frac{15}{2}n + 1$通り

令和６年度入学試験（医学部・理工学部・農学部）

氏　　名

数学解答紙〔その３〕

受験番号

評点欄

3

3

(1) $\frac{1}{2}x^2-2tx+1=-\frac{1}{2}x^2-(t-2)x-2t+1$ とすると

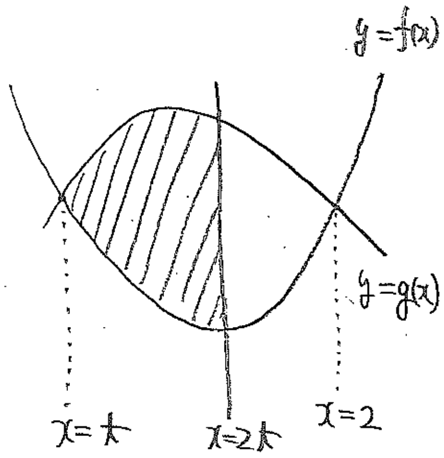
$x^2-(t+2)x+2t=0$

$(x-t)(x-2)=0$

$0<t<1$ より $t\neq 2$

よって　$x=t,\ 2$ ....(答)

(2) $S(t)$ は、右図の斜線部分の面積なので



$$S(t)=\int_t^{2t}\{g(x)-f(x)\}dx$$

$$=\int_t^{2t}\{-x^2+(t+2)x-2t\}dx$$

$$=\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{t+2}{2}x^2-2tx\right]_t^{2t}$$

$$=-\frac{1}{3}\{(2t)^3-t^3\}+\frac{t+2}{2}\{(2t)^2-t^2\}-2t(2t-t)$$

$$=-\frac{5}{6}t^3+t^2 \quad ....(答)$$

(3) $S'(t)=-\frac{5}{2}t^2+2t$

$=-\frac{5}{2}t\left(t-\frac{4}{5}\right)$

$S'(t)=0$ とすると、$0<t<1$ より $t=\frac{4}{5}$

t	0		$\frac{4}{5}$		1
$S'(t)$		$+$	0	$-$	
$S(t)$		↗	$\frac{16}{75}$	↘	

増減表より

区間 $0<t\leqq\frac{4}{5}$ で単調に増加、

区間 $\frac{4}{5}\leqq t<1$ で単調に減少する

また、$t=\frac{4}{5}$ で極大値 $\frac{16}{75}$ をとる

極小値はもたない

....(答)

令和６年度入学試験（医学部・理工学部・農学部）

氏　　名

数学解答紙〔その４〕

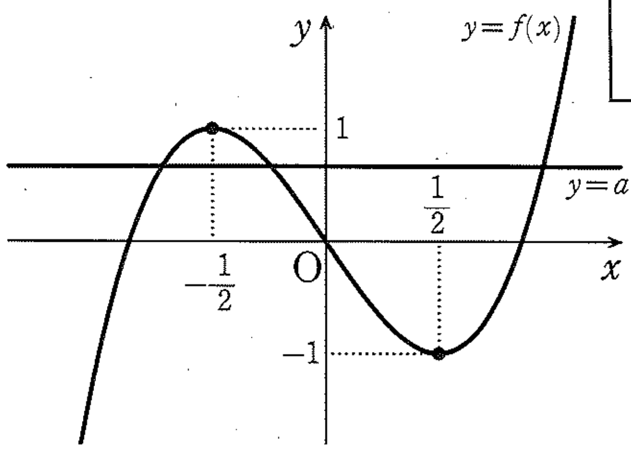
受験番号

4

評点欄

4

(1) $f'(x)=12x^2-3x=12\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)$



$f'(x)=0$ とすると　$x=\pm\frac{1}{2}$

x	$\cdots$	$-\frac{1}{2}$	$\cdots$	$\frac{1}{2}$	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$

増減表より，$y=f(x)$ のグラフは右図のようになり

題意を満たすにはこのグラフと直線 $y=a$ が異なる

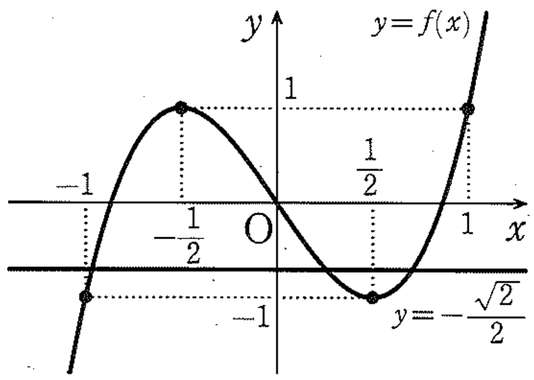
3 つの共有点をもてばよいので　　$-1<a<1$　…答

(2) （証明）

$\cos 3\theta=\cos(2\theta+\theta)=\cos 2\theta\cos\theta-\sin 2\theta\sin\theta=(2\cos^2\theta-1)\cos\theta-2\sin^2\theta\cos\theta$

$=2\cos^3\theta-\cos\theta-2(1-\cos^2\theta)\cos\theta=4\cos^3\theta-3\cos\theta=f(\cos\theta)$　終

(3) 右図より，方程式 $f(x)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ の実数解はすべて



$-1<x<1$ の範囲に存在する。

ここで，$x=\cos\theta$　$(0<\theta<\pi)$ とおく。

$\cos 3\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ とすると，$0<3\theta<3\pi$ なので

$3\theta=\frac{3}{4}\pi,\ \frac{5}{4}\pi,\ \frac{11}{4}\pi$　より　$\theta=\frac{\pi}{4},\ \frac{5}{12}\pi,\ \frac{11}{12}\pi$

これと (2) の結果より，方程式 $f(x)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ の実数解は

$x=\cos\frac{\pi}{4},\ \cos\frac{5}{12}\pi,\ \cos\frac{11}{12}\pi$

ここで　$\cos\frac{5}{12}\pi=\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right)=\cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6}-\sin\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

$\cos\frac{11}{12}\pi=\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{2}{3}\pi\right)=\cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{2}{3}\pi-\sin\frac{\pi}{4}\sin\frac{2}{3}\pi=-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

以上より　$x=-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4},\ \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4},\ \frac{\sqrt{2}}{2}$　…答