

前期日程

令和7年度入学試験問題（前期日程）

数 学

（理工学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子1冊および解答紙4枚がある。解答紙は1枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は **1** から **4** まで4問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答は、できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は、表面の右下に「裏面に続く」と書き、解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙4枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 1から6の目が1つずつ書いてあるが、 $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ について、 k の目が出る確率が、1の目が出る確率の k 倍であるさいころを考える。次の問に答えよ。

- (1) このさいころを1回投げたとき、3の目が出る確率を求めよ。
- (2) n を2以上の自然数とする。このさいころを n 回投げたとき、3の目が2回以上出る確率を n を用いて表せ。
- (3) このさいころを2回投げて出る目の和が偶数になるとき、3の目が1回以上出る条件付き確率を求めよ。

2 O を原点とする座標空間上に 3 点 $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(0, 0, 1)$ をとり、点 C を中心とする半径 1 の球面を S とする。点 P が S 上を動くとき、次の問に答えよ。

(1) 球面 S の方程式を求めよ。

(2) 点 $Q(a, b, c)$ は、点 P のとり方によらず、 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} - \overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{CP} = 2$ を満たすとする。定数 a, b, c の値を求めよ。

(3) 点 P が S 上を動くときの、 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP}$ と $AP^2 + BP^2$ の最大値をそれぞれ求めよ。

3

n を 0 以上の整数とする。次の問に答えよ。

(1) 関数 $y = \frac{(\log x)^{n+1}}{x}$ ($x > 1$) の極値を n を用いて表せ。

(2) (1) の結果を用いて, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\log x)^n}{x} = 0$ を示せ。

(3) 極限值

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \int_1^x \frac{1}{t^2} dt$$

を求めよ。また, 極限

$$I_n = \lim_{x \rightarrow \infty} \int_1^x \frac{(\log t)^n}{t^2} dt$$

について, I_n の漸化式を求め, I_n を n を用いて表せ。

4 $\alpha = 3 + 4i$ とし、複素数平面上で

$$z\bar{z} - \bar{\alpha}z - \alpha\bar{z} = 0$$

を満たす点 z 全体が表す図形を C とする。次の間に答えよ。

- (1) C はどのような図形になるか。
- (2) 原点と C 上の 3 点が正方形の 4 つの頂点をなすとき、この 3 点を表す複素数をそれぞれ求めよ。
- (3) C 上の点 z について、複素数平面上の 3 点 $0, \alpha, z$ が鈍角三角形の 3 つの頂点をなすとき、複素数 $z = a + bi$ の実部 a がとる値の範囲を求めよ。