令和７年度入学試験（教育学部）

氏　名

数 学 解 答 紙 〔その１〕

受験番号

評点欄

1

1

(1) このさいころで1の目が出る確率をpとおくと、題意より

$$p+2p+3p+4p+5p+6p=1$$

$$p=\frac{1}{21}$$

よって、このさいころでkの目が出る確率は下の表のようになる。

k	1	2	3	4	5	6	計
確率	$\frac{1}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{6}{21}$	1

したがって、このさいころで3の目が出る確率は $\frac{3}{21}=\frac{1}{7}$ …(答)

(2) このさいころをn回投げるとき、「3の目が2回以上出る」という事象は、「3の目が1回も出ない、または3の目が1回出る」という事象の余事象である。
よって、求める確率は

$$1-\left\{\left(\frac{6}{7}\right)^n+{}_nC_1\left(\frac{1}{7}\right)\left(\frac{6}{7}\right)^{n-1}\right\}=1-\frac{(n+6)\cdot 6^{n-1}}{7^n} \quad \cdots(答)$$

(3) このさいころを1回投げるとき、

奇数の目が出る確率は $\frac{1}{21}+\frac{3}{21}+\frac{5}{21}=\frac{3}{7}$

偶数の目が出る確率は $\frac{2}{21}+\frac{4}{21}+\frac{6}{21}=\frac{4}{7}$

このさいころを2回投げるとき、出る目の和が偶数となる事象をA、3の目が1回以上出る事象をBとする。
出る目の和が偶数となるのは、1回目、2回目に出る目の偶奇が一致するときなので、

$$P(A)=\left(\frac{3}{7}\right)^2+\left(\frac{4}{7}\right)^2=\frac{25}{49}$$

このとき、3の目が1回以上出るのは、(1,3)、(3,1)、(3,3)、(3,5)、(5,3)の場合であるから、

$$P(A\cap B)=\frac{1}{21}\cdot\frac{3}{21}+\frac{3}{21}\cdot\frac{1}{21}+\left(\frac{3}{21}\right)^2+\frac{3}{21}\cdot\frac{5}{21}+\frac{5}{21}\cdot\frac{3}{21}=\frac{5}{49}$$

よって、求める条件付き確率は

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{5}{49}}{\frac{25}{49}}=\frac{1}{5} \quad \cdots(答)$$

氏　名

数学解答紙〔その２〕

受験番号

評点欄

2

2

(1) $t=\sqrt{3}\sin\theta-\cos\theta$ の両辺を２乗すると

$$t^2=3\sin^2\theta-2\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$$

$$=3\cdot\frac{1}{2}(1-\cos 2\theta)-2\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2}\sin 2\theta+\frac{1}{2}(1+\cos 2\theta)$$

$$=-\sqrt{3}\sin 2\theta-\cos 2\theta+2\quad\cdots 答$$

よって　$\sqrt{3}\sin 2\theta+\cos 2\theta=2-t^2$

したがって　$y=(2-t^2)+2\sqrt{3}t-2=-t^2+2\sqrt{3}t$　…答

(2) $t=\sqrt{3}\sin\theta-\cos\theta=2\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)$　…①

$0\leqq\theta\leqq\pi$　より　$-\frac{\pi}{6}\leqq\theta-\frac{\pi}{6}\leqq\frac{5}{6}\pi$　…②

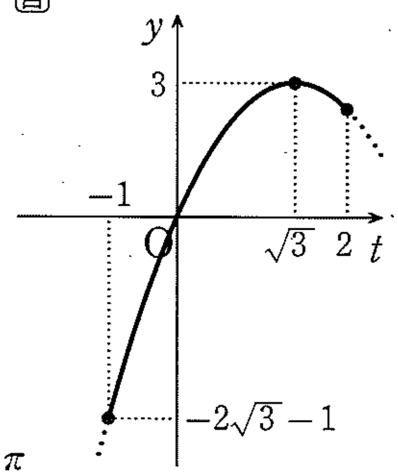
したがって　$-\frac{1}{2}\leqq\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)\leqq 1$　なので　$-1\leqq t\leqq 2$　…答

(3) (1)から　$y=-t^2+2\sqrt{3}t=-(t-\sqrt{3})^2+3$

$-1\leqq t\leqq 2$ の範囲において，y は

$t=\sqrt{3}$ のとき，最大値 3 をとり，

$t=-1$ のとき，最小値 $-2\sqrt{3}-1$ をとる。



$t=\sqrt{3}$ のとき，①から　$2\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}$

②の範囲で解くと，$\theta-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3},\ \frac{2}{3}\pi$　すなわち　$\theta=\frac{\pi}{2},\ \frac{5}{6}\pi$

$t=-1$ のとき，①から　$2\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)=-1$

②の範囲で解くと，$\theta-\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{6}$　すなわち　$\theta=0$

よって　$\theta=\frac{\pi}{2},\ \frac{5}{6}\pi$ のとき，最大値 3，$\theta=0$ のとき，最小値 $-2\sqrt{3}-1$　…答

氏　名

数学解答紙〔その３〕

受験番号

3

評点欄 ③

(1) $f(\alpha)=0$ より $4\alpha^3-3\alpha^2+k=0$ …①

$f'(x)=12x^2-6x$ であり $f'(\alpha)=0$ より $12\alpha^2-6\alpha=0$ …②

$\alpha>0$ と①，②より $\alpha=\dfrac{1}{2}$，$k=\dfrac{1}{4}$ …答

(2) (1)の結果より

$$f(x)=4x^3-3x^2+\frac{1}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(4x^2-x-\frac{1}{2}\right)=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2(4x+1)$$

よって，方程式 $f(x)=0$ の解は $x=-\dfrac{1}{4}$，$\dfrac{1}{2}$ …答

(3) $f'(x)=0$ とすると $6x(2x-1)=0$ より $x=0$，$\dfrac{1}{2}$

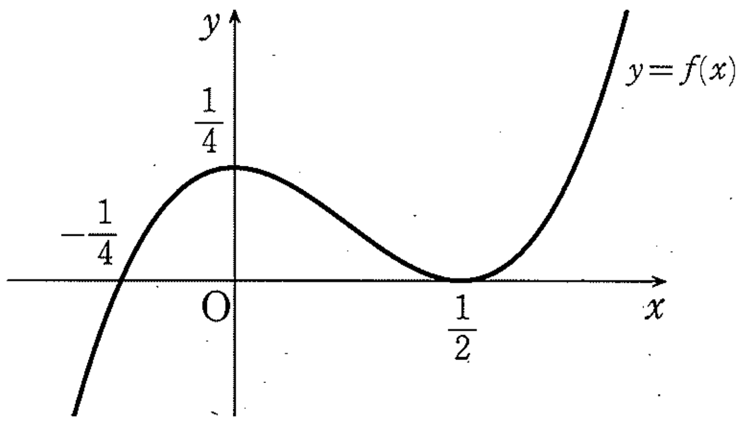
$f(x)$ の増減表は右のようになる。

よって $x\leqq 0$，$\dfrac{1}{2}\leqq x$ で単調に増加，

$0\leqq x\leqq\dfrac{1}{2}$ で単調に減少する。

x	$\cdots$	0	$\cdots$	$\frac{1}{2}$	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$\frac{1}{4}$	$\searrow$	0	$\nearrow$

グラフは下図のようになる。



(4) 求める面積は

$$\int_{-\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} f(x)\,dx=\left[x^4-x^3+\frac{1}{4}x\right]_{-\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}}$$

$$=\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^4-\left(-\frac{1}{4}\right)^4\right\}-\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^3-\left(-\frac{1}{4}\right)^3\right\}+\frac{1}{4}\left\{\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{4}\right)\right\}$$

$$=\frac{27}{256}$$ …答