令和７年度入学試験（医学部・理工学部・農学部）

氏　名

# 数 学 解 答 紙 〔その１〕

受験番号

評点欄

1

**1**

(1) 4人の手の出し方の総数は $3^4$ 通りで、

1人だけが勝つとき、勝者の決まり方が ${}_4C_1$ 通りで

そのおのおのに対して、手の出し方が3通りずつあるので、

求める確率は

$$\frac{{}_4C_1\times 3}{3^4}=\frac{4}{27}\quad\cdots（答）$$

(2) (1)と同様にして 4人でじゃんけんを行ったとき

2人が勝つ確率は $\dfrac{{}_4C_2\times 3}{3^4}=\dfrac{2}{9}$

3人が勝つ確率は $\dfrac{{}_4C_3\times 3}{3^4}=\dfrac{4}{27}$

4人全員で2回目のじゃんけんを行うのは

1回目があいこになるときなので、求める確率は

$$1-\left(\frac{4}{27}+\frac{2}{9}+\frac{4}{27}\right)=\frac{13}{27}\quad\cdots（答）$$

(3) 3人でじゃんけんを行うとき、1人だけが勝つ確率は

$$\frac{{}_3C_1\times 3}{3^3}=\frac{1}{3}$$

2人でじゃんけんを行うとき、1人だけが勝つ確率は

$$\frac{{}_2C_1\cdot 3}{3^2}=\frac{2}{3}$$

ここで、2回目のじゃんけんで1人だけが勝つ事象をA、

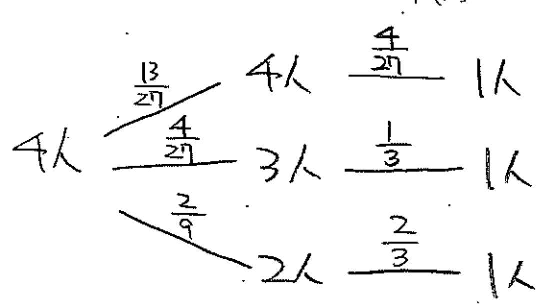
1回目のじゃんけんで2人だけが勝つ事象をBとおくと

$$P(A)=\frac{13}{27}\cdot\frac{4}{27}+\frac{4}{27}\cdot\frac{1}{3}+\frac{2}{9}\cdot\frac{2}{3}=\frac{196}{27^2}$$

$$P(A\cap B)=\frac{6}{27}\cdot\frac{2}{3}=\frac{108}{27^2}$$

よって、求める条件付き確率は

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{108}{27^2}}{\frac{196}{27^2}}=\frac{27}{49}\quad\cdots（答）$$



氏　　名

# 数 学 解 答 紙 〔その２〕

受験番号

評点欄

2

**2**

(1) 題意より

$$\begin{cases} a_{n+1}=2a_n+3 \\ b_{n+1}=b_n+(a_n+b_n)=a_n+2b_n \end{cases} \quad \cdots 答$$

また，$n=1$ を代入すると

$b_2=a_1+2b_1$ より $7=a_1+2\times3$ これを解くと $a_1=1$ …答

(2) (1) より，$a_{n+1}=2a_n+3$ を変形すると $a_{n+1}+3=2(a_n+3)$

よって，数列 $\{a_n+3\}$ は，初項 $a_1+3=1+3=4$，公比 2 の等比数列なので

$a_n+3=4\cdot2^{n-1}$ したがって $a_n=2^{n+1}-3$ …答

(3) (1), (2) より $b_{n+1}=2b_n+2^{n+1}-3$

$b_n=(n-1)\cdot2^n+3$ …① となることを数学的帰納法を用いて証明する。

(証明)

[1] $n=1$ のとき

①より，$b_1=3$ となり $n=1$ のとき ① は成り立つ。

[2] $n=k$ ($k$ は 1 以上の自然数) のとき

① が成り立つと仮定すると $b_k=(k-1)\cdot2^k+3$

このとき $b_{k+1}=2b_k+2^{k+1}-3=2\{(k-1)\cdot2^k+3\}+2^{k+1}-3$

$=k\cdot2^{k+1}+3=\{(k+1)-1\}\cdot2^{k+1}+3$

よって，$n=k+1$ のときも ① は成り立つ。

[1], [2] より，すべての自然数 $n$ について ① は成り立つ。

氏　名

# 数学解答紙〔その３〕

受験番号

## 3

評点欄

③

(1) $f'(x)=3x^2-12x=3x(x-4)$

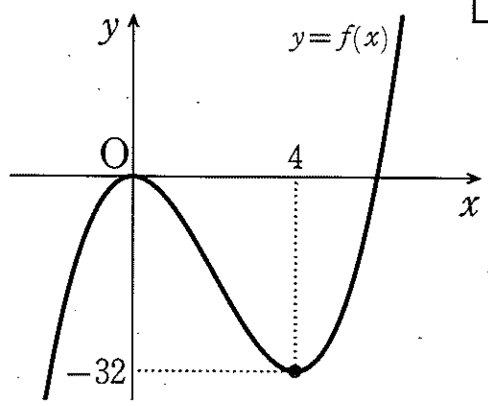
$f'(x)=0$ とすると　$x=0,\ 4$

| $x$ | $\cdots$ | $0$ | $\cdots$ | $4$ | $\cdots$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $f(x)$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-32$ | $\nearrow$ |

増減表より　$x=0$ で極大値 $0$

$x=4$ で極小値 $-32$ をとる。　…答

また，曲線 $C$ の概形は右図のようになる。　…答




(2) $f'(1)=-9$ より，求める接線の方程式は

$y-(-5)=-9(x-1)$　したがって　$y=-9x+4$　…答

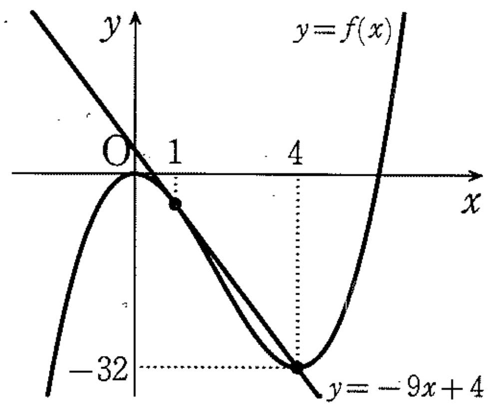
この接線と曲線 $C$ との共有点の $x$ 座標は

$x^3-6x^2=-9x+4$ の解である。

これから　$x^3-6x^2+9x-4=0$

ゆえに　$(x-1)^2(x-4)=0$　よって　$x=1,\ 4$

したがって，求める面積は右図より




$$\int_1^4\{(-9x+4)-(x^3-6x^2)\}dx=\int_1^4(-x^3+6x^2-9x+4)dx$$

$$=\left[-\frac{1}{4}x^4+2x^3-\frac{9}{2}x^2+4x\right]_1^4=\frac{27}{4}$$　…答

(3) 曲線 $C$ 上の点 $(t,\ f(t))$ における接線の方程式は

$y-(t^3-6t^2)=(3t^2-12t)(x-t)$　したがって　$y=(3t^2-12t)x-2t^3+6t^2$

この接線が点 $(0,\ a)$ を通るとき　$a=-2t^3+6t^2$　…①　…答

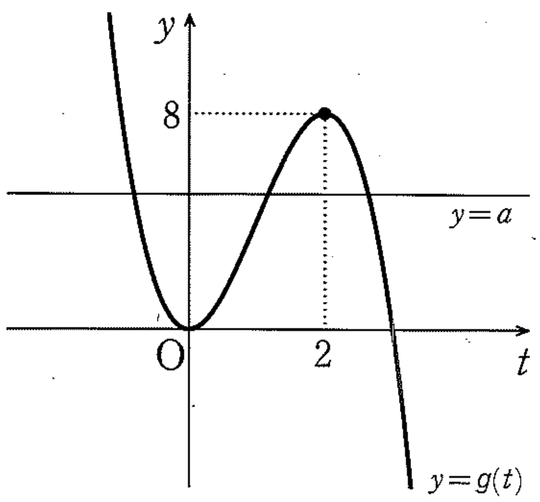
$g(t)=-2t^3+6t^2$ とすると　$g'(t)=-6t^2+12t=-6t(t-2)$

$g'(t)=0$ とすると　$t=0,\ 2$

| $t$ | $\cdots$ | $0$ | $\cdots$ | $2$ | $\cdots$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(t)$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| $g(t)$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $8$ | $\searrow$ |

３次関数のグラフでは，接点が異なると接線も異なるから，$t$ の３次方程式①が異なる３つの実数解をもつとき，曲線 $C$ に点 $(0,\ a)$ から３本の接線が引ける。

したがって，曲線 $y=g(t)$ と直線 $y=a$ が異なる３点で交わる条件を求めて　$0<a<8$　…答



令和７年度入学試験（医学部・理工学部・農学部）

氏　名

# 数学解答紙〔その４〕

受験番号

評点欄

4

**4**

(1) $\log_{10}4 = 2\log_{10}2 = 2\times0.3010 = \underline{0.6020}$ //

$\log_{10}5 = \log_{10}\frac{10}{2} = 1-\log_{10}2 = 1-0.3010 = \underline{0.6990}$ //

$\log_{10}6 = \log_{10}2+\log_{10}3 = 0.3010+0.4771 = \underline{0.7781}$ //

(2) 題意より

$1\times4^m \geqq 10^{10}$

両辺の常用対数をとると

$m\times\log_{10}4 \geqq 10$

$m \geqq \frac{10}{\log_{10}4} = 16.6\cdots$

したがって $\underline{m=17}$ //

(3) $n$分後のAとBの個数はそれぞれ $16\times4^n=4^{n+2}$個と$5^n$個である

(2)より初めて、Aが$10^{10}$以上となるのは $n+2=17$ すなわち $n=15$のときである

すなわち $n=15$のときAとBの個数の和は$10^{10}$以上である

$n=14$のとき

$\log_{10}4^{16} = 16\times\log_{10}4 = 9.6320 = 9+0.6320$

$\log_{10}4 < 0.6320$

$4 < 10^{0.6320}$

$4\times10^9 < 10^{9.6320}$ $\quad\therefore 4\times10^9 < 4^{16}$ ―①

$\log_{10}5^{14} = 14\times\log_{10}5 = 9.7860 = 9+0.7860$

$\log_{10}6 < 0.7860$

$6 < 10^{0.7860}$

$6\times10^9 < 10^{9.7860}$ $\quad\therefore 6\times10^9 < 5^{14}$ ―②

①、②より

$10^{10} < 4^{14+2}+5^{14}$ よって $n=14$のとき$10^{10}$以上となる

$n=13$のとき

$\log_{10}4^{15} = 15\times\log_{10}4 = 9.030 = 9+0.030$

$0.030 < \log_{10}2$

$10^{0.030} < 2$

$10^{9.030} < 2\times10^9$ $\quad\therefore 4^{15} < 2\times10^9$ ―③

$\log_{10}5^{13} = 13\times\log_{10}5 = 9.087 = 9+0.087$

$0.087 < \log_{10}2$

$10^{0.087} < 2$

$10^{9.087} < 2\times10^9$ $\quad\therefore 5^{13} < 2\times10^9$ ―④

③、④より

$4^{13+2}+5^{13} < 4\times10^9$ よって $n=13$のとき$10^{10}$以上とならない

以上より $\underline{n=14}$ //