

後期日程

令和7年度入学試験問題（後期日程）

数 学

（理工学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子1冊および解答紙4枚がある。解答紙は1枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで4問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答は、できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は、表面の右下に「裏面に続く」と書き、解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙4枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 4人でじゃんけんを1回行い、その結果により、次の①、②、③のいずれかを行う。

- ① 1回目のじゃんけんでは1人だけが勝ったとき、2回目のじゃんけんは行わない
- ② 1回目のじゃんけんでは勝った人が2人以上のとき、勝った人たちだけで2回目のじゃんけんを行う
- ③ 1回目のじゃんけんでは誰も勝たなかったとき、4人全員で2回目のじゃんけんを行う

このとき、次の問に答えよ。

- (1) 1回目のじゃんけんでは1人だけが勝つ確率を求めよ。
- (2) 4人全員で2回目のじゃんけんを行う確率を求めよ。
- (3) 2回目のじゃんけんでは1人だけが勝ったとき、1回目のじゃんけんでは2人だけが勝っている条件付き確率を求めよ。

2

白玉と赤玉が入っている袋について、次の操作を行う。

白玉と赤玉の個数の和と同じ個数の赤玉を加え、続いて白玉の個数を2倍にし、さらに白玉を3個加える

はじめに袋の中に白玉が a_1 個、赤玉が b_1 個入っているとし、 $n-1$ 回の操作を行ったあとの、袋の中の白玉の個数を a_n 、赤玉の個数を b_n とする。 $b_1 = 3$ 、 $b_2 = 7$ であるとき、次の問に答えよ。

- (1) a_{n+1}, b_{n+1} を a_n, b_n を用いて表し、 a_1 の値を求めよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) 数学的帰納法を用いて

$$b_n = (n - 1) \cdot 2^n + 3 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つことを証明せよ。

3 曲線 $y = \tan \frac{x}{4}$ ($0 \leq x < 2\pi$) を C とし、曲線 C 上の点 $(\pi, 1)$ における接線を l とする。次の問に答えよ。

- (1) 直線 l の方程式を求めよ。
- (2) 曲線 C と直線 l および x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。
- (3) (2) の図形を、 x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

4

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i), \quad \beta = -\frac{1}{2}(1-\sqrt{3}i)$$

とするとき、次の問に答えよ。

- (1) α , β および $\frac{\beta}{\alpha}$ の極形式を求めよ。
- (2) $\alpha^n = \beta^n$ を満たす自然数 n のうち、最小のものを N とする。 N の値を求めよ。
- (3) (2) の N について、 n が N 未満の自然数を動くとき、 $|\alpha^n - \beta^n|^2$ の最小値を求めよ。また、最小値をとるときの n の値をすべて求めよ。