令和８年度入学試験（医学部・理工学部・農学部・コスメティックサイエンス学環）

氏　名

# 数　学　解　答　紙　〔その１〕

受験番号

評点欄

1

# 1

(1) $\vec{a}=(2,1,0)$, $\vec{b}=(\sqrt{5},0,\sqrt{11})$

$|\vec{a}|=\sqrt{2^2+1^2+0^2}=\sqrt{5}$

$|\vec{b}|=\sqrt{(\sqrt{5})^2+0^2+(\sqrt{11})^2}=4$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=2\times\sqrt{5}+1\times0+0\times\sqrt{11}=2\sqrt{5}$

また

$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を $\theta$ とすると

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$

$2\sqrt{5}=\sqrt{5}\times4\times\cos\theta$

$\cos\theta=\frac{1}{2}$

$0<\theta<\pi$ より $\underline{\theta=\frac{\pi}{3}}$ //

$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times|\vec{a}|\times|\vec{b}|\times\sin\theta$

$=\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times4\times\sin\frac{\pi}{3}$

$=\sqrt{15}$ $\therefore \underline{\sqrt{15}}$ //

(2)

$\vec{CH}=\vec{OH}-\vec{OC}$

$=s\vec{a}+t\vec{b}-\vec{OC}$

$=(2s+\sqrt{5}t,\ s,\ \sqrt{11}t-12\sqrt{5})$

CH ⊥ 平面OAB より

$\begin{cases}\vec{CH}\cdot\vec{a}=0 & -① \\ \vec{CH}\cdot\vec{b}=0 & -②\end{cases}$

① より

$(2s+\sqrt{5}t)\times2+s\times1=0$

$5s+2\sqrt{5}t=0$ $-①'$

② より

$(2s+\sqrt{5}t)\times\sqrt{5}+(\sqrt{11}t-12\sqrt{5})\times\sqrt{11}=0$

$\sqrt{5}s+8t-6\sqrt{55}=0$ $-②'$

①'②' を解くと、

$\underline{s=-2\sqrt{11},\ t=\sqrt{55}}$ //

$\vec{OH}=-2\sqrt{11}\vec{a}+\sqrt{55}\vec{b}$

$=(\sqrt{11},-2\sqrt{11},11\sqrt{5})$ $\therefore \underline{H(\sqrt{11},-2\sqrt{11},11\sqrt{5})}$ //

(3) $\vec{CH}=\vec{OH}-\vec{OC}$

$=(\sqrt{11},-2\sqrt{11},-\sqrt{5})$

$|\vec{CH}|=\sqrt{(\sqrt{11})^2+(-2\sqrt{11})^2+(-\sqrt{5})^2}$

$=2\sqrt{15}$ $\therefore \underline{CH=2\sqrt{15}}$ //

求める体積を V として

$V=\frac{1}{3}\times\triangle OAB\times CH$

$=\frac{1}{3}\times\sqrt{15}\times2\sqrt{15}$

$=10$

したがって $\underline{四面体OABCの体積は10}$ //

氏　　名

# 数学解答紙〔その２〕

受験番号

## 2

評点欄

| 2 |
|---|
| |

1回の試行において，赤玉を取り出す確率は $\frac{1}{5}$，白玉を取り出す確率は $\frac{4}{5}$ である。

(1)　2回の試行を繰り返したときの得点が0でない事象を $A$ とする。求める確率 $P(A)$ は

$$P(A)=1-\left(\frac{1}{5}\right)^2=\frac{24}{25} \quad \cdots 答$$

また，3回の試行を繰り返したときの得点が 0でない事象を $B$ とする。

事象 $A$ と事象 $B$ が同時に起こるのは次の2通りである。

[1]　2回目までに白玉が取り出された回数が2となる

[2]　2回目までに赤玉が取り出された回数が1であり，3回目に白玉が取り出される

この確率 $P(A\cap B)$ は　$P(A\cap B)=\left(\frac{4}{5}\right)^2+{}_2C_1\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{112}{125}$

よって，求める条件付き確率は $P_A(B)$ であるから

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{112}{125}\times\frac{25}{24}=\frac{14}{15} \quad \cdots 答$$

(2)　$n=1$ のとき　$E_1=0\times\frac{1}{5}+1\times\frac{4}{5}=\frac{4}{5}$

$n\geqq 2$ のとき，とり得る得点を $X$，確率を $p_X$ とすると，確率分布図は次のようになる。

| $X$ | 0 | $n-1$ | $n$ | 計 |
|---|---|---|---|---|
| $p_X$ | $p_0$ | $p_{n-1}$ | $p_n$ | 1 |

$$p_{n-1}={}_nC_1\cdot\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^{n-1}=\frac{4^{n-1}\cdot n}{5^n},\quad p_n=\left(\frac{4}{5}\right)^n$$

求める期待値 $E_n$ は　$E_n=0\times p_0+(n-1)\cdot p_{n-1}+n\cdot p_n=\frac{4^{n-1}\cdot n(n+3)}{5^n}$

これは $n=1$ のときも成り立つ。よって，$E_n=\frac{4^{n-1}\cdot n(n+3)}{5^n} \quad \cdots 答$

(3)　$E_n>E_{n+1}$ を満たすとき　$\frac{E_n}{E_{n+1}}>1$　$(\because E_{n+1}>0)$

ここで　$\frac{E_n}{E_{n+1}}=\dfrac{\frac{4^{n-1}\cdot n(n+3)}{5^n}}{\frac{4^n\cdot(n+1)(n+4)}{5^{n+1}}}=\frac{5n(n+3)}{4(n+1)(n+4)}$　なので　$\frac{5n(n+3)}{4(n+1)(n+4)}>1$

よって　$n^2-5n-16>0$　より　$n<\frac{5-\sqrt{89}}{2}$，$\frac{5+\sqrt{89}}{2}<n$

$9<\sqrt{89}<10$ であり，$n$ は自然数なので　$n\geqq 8$

同様に，$E_n<E_{n+1}$ を満たす $n$ は　$1\leqq n\leqq 7$

したがって　$E_1<E_2<\cdots<E_7<E_8>E_9>\cdots$　となり，$E_n$ が最大となる $n$ は　$n=8 \quad \cdots 答$

II

氏名

# 数学解答紙〔その３〕

受験番号

評点欄 3

## 3

(1). 曲線 $y=f(x)$ と $x$軸の交点の $x$座標は、

$8\sin x-\tan x=0$ を解くと、

$8\sin x-\dfrac{\sin x}{\cos x}=0.$

$\sin x(8\cos x-1)=0.$

$\sin x=0,\ \cos x=\dfrac{1}{8}$ …①.

ここで、$\cos x=\dfrac{1}{8}$, $0<x<\dfrac{\pi}{2}$ を満たす $x$ の値を

$\alpha$ とすると、$-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}$ より、

①の解は、$x=0,\ \pm\alpha$.　よって、3個

(2). $f'(x)=8\cos x-\dfrac{1}{\cos^2 x}$

$=\dfrac{8\cos^3 x-1}{\cos^2 x}$

$=\dfrac{(2\cos x-1)(4\cos^2 x+2\cos x+1)}{\cos^2 x}$

$=\dfrac{(2\cos x-1)\left\{4\left(\cos x+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{3}{4}\right\}}{\cos^2 x}$

$f'(x)=0$ とすると、$\cos x=\dfrac{1}{2}$

$-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}$ より、$x=\pm\dfrac{\pi}{3}$.

よって、$f(x)$の増減表は、次のようになる。

| $x$ | $-\frac{\pi}{2}$ | … | $-\frac{\pi}{3}$ | … | $\frac{\pi}{3}$ | … | $\frac{\pi}{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | ／ | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | ／ |
| $f(x)$ | ／ | ↘ | $-3\sqrt{3}$ | ↗ | $3\sqrt{3}$ | ↘ | ／ |

$-\dfrac{\pi}{3}\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{3}$ で、単調に増加し、

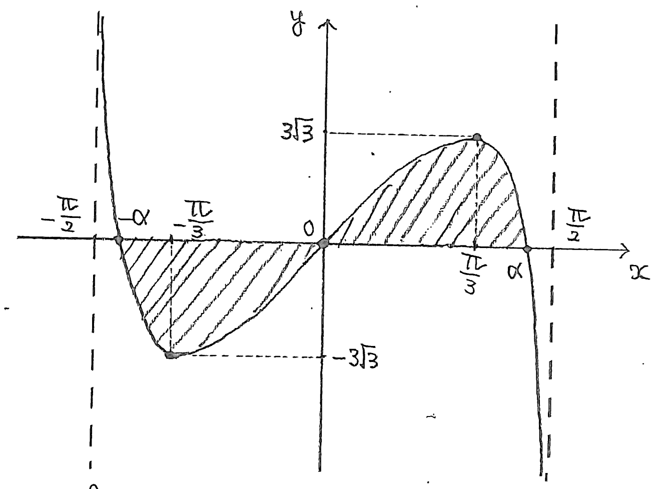
$-\dfrac{\pi}{2}<x\leqq-\dfrac{\pi}{3}$, $\dfrac{\pi}{3}\leqq x<\dfrac{\pi}{2}$ で単調に減少する。

$x=\dfrac{\pi}{3}$ で、極大値：$3\sqrt{3}$, $x=-\dfrac{\pi}{3}$ で、極小値：$-3\sqrt{3}$

(3). $\displaystyle\lim_{x\to-\frac{\pi}{2}+0} f(x)=\infty$,

$\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} f(x)=-\infty$.

よって、求める面積は、下図の斜線部分となる。




また、$f(-x)=8\sin(-x)-\tan(-x)$

$=-8\sin x+\tan x=-f(x)$ より、

$f(x)$は奇関数であり、曲線 $y=f(x)$ のグラフは、

原点に関して対称なので、求める面積は、

$2\displaystyle\int_0^\alpha f(x)\,dx$

$=2\displaystyle\int_0^\alpha (8\sin x-\tan x)\,dx$

$=2\Big[-8\cos x+\log|\cos x|\Big]_0^\alpha$

$=2\{(-8\cos\alpha+\log|\cos\alpha|)-(-8+\log 1)\}$

$=2\left(-8\cdot\dfrac{1}{8}+\log\dfrac{1}{8}+8\right)$　（$\because \cos\alpha=\dfrac{1}{8}$ より）

$=14-6\log 2$

氏　名

# 数　学　解　答　紙　〔その４〕

受験番号

評点欄

4

## 4

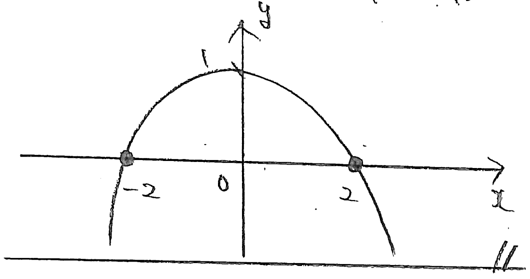
(1). 点 $i$ と点 $1+i$ を通る直線は $y=1$ より、点 $z$ は $z=k+i$ ($k$: 実数) とおける。

$$W=-iz^2$$
$$=-i(k+i)^2=2k+(1-k^2)i$$

$W=X+Yi$ とおくと、($X, Y$: 実数)

$$\begin{cases} X=2k \\ Y=1-k^2 \end{cases} \text{より} \quad Y=-\frac{1}{4}X^2+1$$

∴ したがって、図形 $C$ は、放物線 $y=-\frac{1}{4}x^2+1$ であり 右図




//

(2). 原点と点 $a+i$ を通る直線は $y=\frac{1}{a}x$ より、点 $z$ は $z=t(a+i)$ ($t$: 実数) とおける。

$$W=-iz^2$$
$$=-it^2(a+i)^2$$
$$=2at^2+(1-a^2)t^2 i$$

$W=X'+Y'i$ とおくと ($X', Y'$: 実数)

$$\begin{cases} X'=2at^2 \\ Y'=(1-a^2)t^2 \end{cases} \text{より} \quad Y'=\frac{1-a^2}{2a}X'$$

$t^2=\frac{1}{2a}X' \geqq 0$ より　$X' \geqq 0$

ゆえに、図形 $l$ は $y=\frac{1-a^2}{2a}x$, $x \geqq 0$ より

原点を端とする半直線であることが

示された。//

(3). 図形 $C$ と 半直線 $l$ を

連立すると

$$-\frac{1}{4}x^2+1=\frac{1-a^2}{2a}x$$
$$ax^2+2(1-a^2)x-4a=0$$
$$(ax+2)(x-2a)=0$$
$$x=-\frac{2}{a},\ 2a$$

$x \geqq 0$ より　交点は $2a+(1-a^2)i$ //

次に、$(2a, 1-a^2)$ における図形 $C$ の接線は

$y=-ax+a^2+1$ なので、$x$軸との正方向の

なす角を $\alpha$ とおくと、$\tan\alpha=-a$ をみたす

また、半直線 $l$ と、$x$軸との正方向のなす角を $\beta$ と

おくと、$\tan\beta=\frac{1-a^2}{2a}$ をみたす。

ゆえに、

$$\tan\theta=|\tan(\alpha-\beta)|$$
$$=\left|\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\cdot\tan\beta}\right|$$
$$=\left|\frac{-a-\frac{1-a^2}{2a}}{1+(-a)\cdot\frac{1-a^2}{2a}}\right|$$
$$=\left|\frac{-a^2-1}{a(a^2+1)}\right|$$
$$=\frac{1}{a}$$

$$\therefore \tan\theta=\frac{1}{a}$$ //