令和８年度入学試験（医学部・理工学部・農学部・コスメティックサイエンス学環）

氏　名

数学解答紙〔その１〕

受験番号

1

評点欄

1

(1) $\vec{a} = (2, 1, 0)$, $\vec{b} = (\sqrt{5}, 0, \sqrt{11})$

$|\vec{a}| = \sqrt{2^2+1^2+0^2} = \sqrt{5}$

$|\vec{b}| = \sqrt{(\sqrt{5})^2+0^2+(\sqrt{11})^2} = 4$

$\vec{a}\cdot\vec{b} = 2\times\sqrt{5}+1\times 0+0\times\sqrt{11} = 2\sqrt{5}$

また

$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とすると

$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$

$2\sqrt{5} = \sqrt{5}\times 4\times\cos\theta$

$\cos\theta = \frac{1}{2}$

$0<\theta<\pi$ より $\theta = \frac{\pi}{3}$

$\triangle OAB = \frac{1}{2}\times|\vec{a}|\times|\vec{b}|\times\sin\theta$

$= \frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times 4\times\sin\frac{\pi}{3}$

$= \sqrt{15}$ $\therefore \sqrt{15}$

(2) $\overrightarrow{CH} = \overrightarrow{OH}-\overrightarrow{OC}$

$= s\vec{a}+t\vec{b}-\overrightarrow{OC}$

$= (2s+\sqrt{5}t,\ s,\ \sqrt{11}t-12\sqrt{5})$

CH ⊥ 平面OAB より

$$\begin{cases}\overrightarrow{CH}\cdot\vec{a} = 0 & \text{—①}\\ \overrightarrow{CH}\cdot\vec{b} = 0 & \text{—②}\end{cases}$$

① より

$(2s+\sqrt{5}t)\times 2+s\times 1 = 0$

$5s+2\sqrt{5}t = 0$ —①'

② より

$(2s+\sqrt{5}t)\times\sqrt{5}+(\sqrt{11}t-12\sqrt{5})\times\sqrt{11} = 0$

$\sqrt{5}s+8t-6\sqrt{55} = 0$ —②'

①'②' を解くと

$s = -2\sqrt{11}$, $t = \sqrt{55}$

$\overrightarrow{OH} = -2\sqrt{11}\vec{a}+\sqrt{55}\vec{b}$

$= (\sqrt{11}, -2\sqrt{11}, 11\sqrt{5})$ $\therefore H(\sqrt{11}, -2\sqrt{11}, 11\sqrt{5})$

(3) $\overrightarrow{CH} = \overrightarrow{OH}-\overrightarrow{OC}$

$= (\sqrt{11}, -2\sqrt{11}, -\sqrt{5})$

$|\overrightarrow{CH}| = \sqrt{(\sqrt{11})^2+(-2\sqrt{11})^2+(-\sqrt{5})^2}$

$= 2\sqrt{15}$ $\therefore CH = 2\sqrt{15}$

求める体積をVとして

$V = \frac{1}{3}\times\triangle OAB\times CH$

$= \frac{1}{3}\times\sqrt{15}\times 2\sqrt{15}$

$= 10$

したがって 四面体OABCの体積は10

氏　名

数　学　解　答　紙　〔その２〕

受験番号

評点欄

②

2

１回の試行において，赤玉を取り出す確率は $\frac{1}{5}$，白玉を取り出す確率は $\frac{4}{5}$ である。

(1)　２回の試行を繰り返したときの得点が０でない事象を A とする。求める確率 $P(A)$ は

$$P(A)=1-\left(\frac{1}{5}\right)^2=\frac{24}{25} \quad \cdots \text{答}$$

また，３回の試行を繰り返したときの得点が０でない事象を B とする。

事象 A と事象 B が同時に起こるのは次の２通りである。

[1]　２回目までに白玉が取り出された回数が２となる

[2]　２回目までに赤玉が取り出された回数が１であり，３回目に白玉が取り出される

この確率 $P(A\cap B)$ は　$P(A\cap B)=\left(\frac{4}{5}\right)^2+{}_2\mathrm{C}_1\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{112}{125}$

よって，求める条件付き確率は $P_A(B)$ であるから

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{112}{125}\times\frac{25}{24}=\frac{14}{15} \quad \cdots \text{答}$$

(2)　$n=1$ のとき　$E_1=0\times\frac{1}{5}+1\times\frac{4}{5}=\frac{4}{5}$

$n\geqq 2$ のとき，とり得る得点を X，確率を p_X とすると，確率分布図は次のようになる。

X	0	$n-1$	n	計
p_X	p_0	p_{n-1}	p_n	1

$$p_{n-1}={}_n\mathrm{C}_1\cdot\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^{n-1}=\frac{4^{n-1}\cdot n}{5^n},\quad p_n=\left(\frac{4}{5}\right)^n$$

求める期待値 E_n は　$E_n=0\times p_0+(n-1)\cdot p_{n-1}+n\cdot p_n=\frac{4^{n-1}\cdot n(n+3)}{5^n}$

これは $n=1$ のときも成り立つ。よって，$E_n=\frac{4^{n-1}\cdot n(n+3)}{5^n}$　$\cdots$答

(3)　$E_n>E_{n+1}$ を満たすとき　$\frac{E_n}{E_{n+1}}>1$　$(\because E_{n+1}>0)$

ここで　$\frac{E_n}{E_{n+1}}=\frac{\frac{4^{n-1}\cdot n(n+3)}{5^n}}{\frac{4^n\cdot(n+1)(n+4)}{5^{n+1}}}=\frac{5n(n+3)}{4(n+1)(n+4)}$　なので　$\frac{5n(n+3)}{4(n+1)(n+4)}>1$

よって　$n^2-5n-16>0$　より　$n<\frac{5-\sqrt{89}}{2}$，$\frac{5+\sqrt{89}}{2}<n$

$9<\sqrt{89}<10$ であり，n は自然数なので　$n\geqq 8$　　よって，求める必要十分条件は　$n\geqq 8$　$\cdots$答

同様に，$E_n<E_{n+1}$ を満たす n は　$1\leqq n\leqq 7$

したがって　$E_1<E_2<\cdots<E_7<E_8>E_9>\cdots$　となり，E_n が最大となる n は　$n=8$　$\cdots$答

令和８年度入学試験（医学部・理工学部・農学部・コスメティックサイエンス学環）

氏名

数学解答紙〔その３〕

受験番号

評点欄

3

3

(1) $f(2)=2^3-9\cdot 2^2+26\cdot 2-24=\underline{0}$

$f(2)=0$ なので、因数定理より $f(x)$ は $x-2$ を因数にもつ

ゆえに $f(x)=(x-2)(x^2-7x+12)=(x-2)(x-3)(x-4)$

よって方程式 $f(x)=0$ の解は $x=\underline{2,3,4}$

(2) $f(3)=0$ なので接点の座標は $(3,0)$ である。

$f'(x)=3x^2-18x+26$ より $f'(3)=-1$

よって直線 ℓ の方程式は

$$y-0=-(x-3)$$

$$\underline{y=-x+3}$$

ここで

$$g(x)=\begin{cases}(x-1)(x-3) & (x\leqq 1,\ 3\leqq x \text{ のとき})\\ -(x-1)(x-3) & (1<x<3 \text{ のとき})\end{cases}$$

$x\leqq 1,\ 3\leqq x$ のとき

$(x-1)(x-3)=-x+3$ より

$x(x-3)=0$

$x\leqq 1,\ 3\leqq x$ より $x=0,3$

$x=0$ のとき $y=3$

$x=3$ のとき $y=0$

$1<x<3$ のとき

$-(x-1)(x-3)=-x+3$ より

$(x-2)(x-3)=0$

$1<x<3$ より $x=2$

$x=2$ のとき $y=1$

よって求める共有点の座標は $\underline{(0,3),\ (2,1),\ (3,0)}$

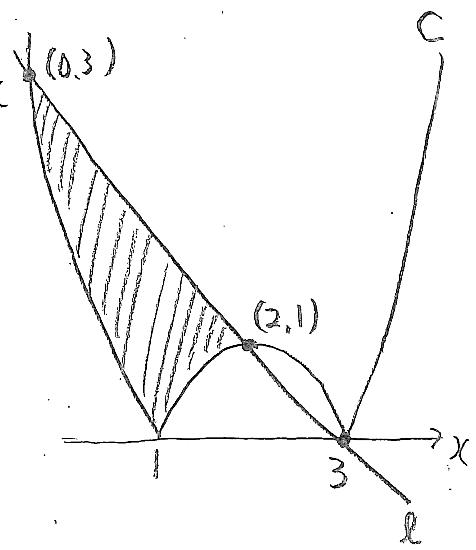
(3) 右図より、求める面積は

$$\int_0^1\{(-x+3)-(x-1)(x-3)\}dx+\int_1^2\{(-x+3)+(x-1)(x-3)\}dx$$

$$=\int_0^1(-x^2+3x)dx+\int_1^2(x^2-5x+6)dx$$

$$=\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2\right]_0^1+\left[\frac{1}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2+6x\right]_1^2$$

$$=\underline{2}$$



氏　　名

数　学　解　答　紙　〔その４〕

受験番号

評点欄

4

4

(1). $f(x)=x$ より. $\dfrac{19x-10}{x+8}=x$

$x^2-11x+10=0$

$(x-1)(x-10)=0$

$x=1, 10.$

$\alpha<\beta$ より　$\alpha=1, \beta=10$ //

また. $f(x)=\dfrac{19x-10}{x+8}=19-\dfrac{162}{x+8}$

$1<x<10$ において. $9<x+8<18$

$\dfrac{1}{18}<\dfrac{1}{x+8}<\dfrac{1}{9}$

$-\dfrac{162}{9}=-18<\dfrac{-162}{x+8}<-\dfrac{162}{18}=-9.$

$1<19-\dfrac{162}{x+8}<10.$

∴ $1<f(x)<10$ となり示せた. //

(2).

$$\frac{f(x)-\beta}{f(x)-\alpha}=\frac{\frac{19x-10}{x+8}-10}{\frac{19x-10}{x+8}-1}$$

$$=\frac{19x-10-10(x+8)}{19x-10-(x+8)}$$

$$=\frac{9(x-10)}{18(x-1)}$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{x-10}{x-1}$$

よって. 求める定数 r は. $r=\dfrac{1}{2}$ //

(3). $a_{n+1}=f(a_n)$

$=\dfrac{19a_n-10}{a_n+8}$ は.

(2)より.

$\dfrac{a_{n+1}-10}{a_{n+1}-1}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{a_n-10}{a_n-1}$ となる.

$b_n=\dfrac{a_n-10}{a_n-1}$ とおくと. $b_{n+1}=\dfrac{1}{2}b_n.$

$b_1=\dfrac{a_1-10}{a_1-1}=-8$ より. $b_n=-8\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$ //

また. $b_n=\dfrac{a_n-\beta}{a_n-\alpha}=1+\dfrac{\alpha-\beta}{a_n-\alpha}$ であり

$\alpha\neq\beta$ より　$b_n\neq1$ である.

よって. $b_n=\dfrac{a_n-10}{a_n-1}$ のとき $a_n(b_n-1)=b_n-10.$

$a_n=\dfrac{b_n-10}{b_n-1}$　（∵ $b_n\neq1$）

$=\dfrac{-8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}-10}{-8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}-1}=\dfrac{10\cdot2^{n-1}+8}{2^{n-1}+8}$ //

また.

$|a_n-\beta|=\left|\dfrac{10\cdot2^{n-1}+8}{2^{n-1}+8}-10\right|$

$=\dfrac{72}{2^{n-1}+8}$ なので.

$|a_n-\beta|<1$ のとき. $\dfrac{72}{2^{n-1}+8}<1.$

$2^{n-1}>64$

これをみたす n の範囲は. $n\geq8$ //