

後期日程

令和 8 年度入学試験問題（後期日程）

数 学

（理工学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子 1 冊および解答紙 4 枚がある。解答紙は 1 枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答は、できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は、表面の右下に「裏面に続く」と書き、解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 数列 $\{a_n\}$ について, $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) と定める。

$$S_n = \frac{3}{4} a_n + \frac{9}{4} a_{n-1} \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

および $a_1 = 3$ が成り立つとき, 次の問に答えよ。

(1) a_2 を求めよ。

(2) 等式

$$a_{n+2} - r a_{n+1} = r (a_{n+1} - r a_n)$$

がすべての自然数 n について成り立つような定数 r の値を求めよ。

(3) (2) の r を用いて $b_n = \frac{a_n}{r^n}$ とおくと, 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
さらに, 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

- 2 1から6までの番号をつけた6枚の硬貨を表を上に向けて置き、さいころを用いて次の操作を行った。

操作

さいころを投げて、1番から出た目の番号までの硬貨の表と裏を逆にする。次に、もう1回さいころを投げ、出た目の番号から6番までの硬貨の表と裏を逆にする。

次の問に答えよ。

- (1) 初めに出た目が2以上であり、かつ次に出た目が2以下である確率を求めよ。このとき、2番の硬貨がどちらの面を上に向けているかを答えよ。
- (2) 2番の硬貨が表を上に向けている確率を求めよ。
- (3) すべての硬貨が同じ面を上に向けている確率を求めよ。
- (4) 2番と3番の硬貨が同じ面を上に向けているとき、2番と3番の両方の硬貨が表を上に向けている条件付き確率を求めよ。

3 関数

$$f(x) = (x + 3)e^{-x}$$

について、 $y = f(x)$ の表す曲線を C とする。曲線 C には変曲点がただ1つあり、その点 A における曲線 C の接線を l とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ と第2次導関数 $f''(x)$ を求めよ。
- (2) 関数 $y = f(x)$ の増減およびグラフの凹凸を調べよ。また、変曲点 A の x 座標を a とするとき、 a の値を求めよ。
- (3) 直線 l の方程式を $y = g(x)$ とおくと、 $g(x)$ を求めよ。さらに、(2) の a について、

$$x > a \text{ のとき } f'(x) > g'(x) \text{ かつ } f(x) > g(x)$$

が成り立つことを示せ。

- (4) 直線 l と x 軸との交点を B とする。曲線 C と直線 l 、および点 B を通り y 軸に平行な直線で囲まれた図形の面積を求めよ。

4 複素数平面において、点

$$\alpha = \frac{1}{2}(3 + \sqrt{3}i)$$

を中心とする半径1の円を C とする。また、 C 上の点 $z = x + yi$ は、 y が正であり、点 z における C の接線が原点 O を通るとする。次の問に答えよ。

(1) α の極形式を求めよ。すなわち、

$$\alpha = r(\cos \theta + i \sin \theta)$$

を満たす r と θ で、 $r > 0$ となるものの値を求めよ。ただし、 $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。

(2) α, z の表す複素数平面上の点をそれぞれ A, B とし、 $t = \angle AOB$ とおく。 $\sin t$ と $\cos t$ の値を求めよ。

(3) (2) の t を用いて z の極形式を表し、 x と y の値を求めよ。