氏　名

数学解答紙〔その１〕

受験番号

評点欄

1

1

(1)　$S_2=\frac{3}{4}a_2+\frac{9}{4}a_1$　　$a_1+a_2=\frac{3}{4}a_2+\frac{9}{4}a_1$

$a_1=3$　より　$a_2=15$　…答

(2)　$S_{n+2}=\frac{3}{4}a_{n+2}+\frac{9}{4}a_{n+1}$　…①　　$S_{n+1}=\frac{3}{4}a_{n+1}+\frac{9}{4}a_n$　…②

$S_{n+2}-S_{n+1}=a_{n+2}$ なので，①−② より　$a_{n+2}=\frac{3}{4}a_{n+2}+\frac{3}{2}a_{n+1}-\frac{9}{4}a_n$

よって　$a_{n+2}=6a_{n+1}-9a_n$　…③

このとき　$a_{n+2}-ra_{n+1}=r(a_{n+1}-ra_n)$　…④ は

$r=6$ のとき ③ を満たさないので　$r\neq 6$　このとき

(④ の左辺)$=a_{n+2}-ra_{n+1}=(6-r)a_{n+1}-9a_n=(6-r)\left(a_{n+1}-\frac{9}{6-r}a_n\right)$

④ より　$r=6-r$　かつ　$r=\frac{9}{6-r}$　　$\therefore r=3$　…答

(3)　(2) より　$a_{n+2}-3a_{n+1}=3(a_{n+1}-3a_n)$

数列 $\{a_{n+1}-3a_n\}$ は初項 $a_2-3a_1=15-3\cdot 3=6$，公比 3 の等比数列なので

$$a_{n+1}-3a_n=6\cdot 3^{n-1}$$

$$a_{n+1}=3a_n+2\cdot 3^n$$

$$\frac{a_{n+1}}{3^{n+1}}=\frac{a_n}{3^n}+\frac{2}{3}$$

(2) より，$b_n=\frac{a_n}{3^n}$ なので　$b_{n+1}=b_n+\frac{2}{3}$

数列 $\{b_n\}$ は初項 $b_1=\frac{a_1}{3}=1$，公差 $\frac{2}{3}$ の等差数列なので

$b_n=1+(n-1)\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{3}n+\frac{1}{3}$　…答

よって　$\frac{a_n}{3^n}=\frac{2}{3}n+\frac{1}{3}$　$a_n=(2n+1)\cdot 3^{n-1}$　…答

氏　名

数　学　解　答　紙　〔その２〕

受験番号

2

評点欄

②

(1)　初めに出た目が２以上であり，かつ次に出た目が２以下である確率は

$\frac{5}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{5}{18}$　…答

このとき，２番の硬貨は表を上に向けている。　…答

(2)　「操作」の後，２番の硬貨が表を上に向けているのは次の(ｉ)，(ii)の場合である。

（ｉ）最初に１の目が出て，次に３以上の目が出る。

（ii）最初に２以上の目が出て，次に２以下の目が出る。

	1	2	3	4	5	6
1			○	○	○	○
2	○	○				
3	○	○				
4	○	○				
5	○	○				
6	○	○				

14通り

(ｉ)，(ii)より，求める確率は　$\frac{14}{36}=\frac{7}{18}$　…答

(3)　「操作」の後，すべての硬貨が同じ面を上に向けているのは

(1，2)，(2，3)，(3，4)，(4，5)，(5，6)，(6，1)の６通りなので

求める確率は　$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$　…答

(4)　「操作」の後，２番と３番の硬貨が同じ面を上に向けているのは次の(ｉ)，(ii)の場合である。

（ｉ）最初に２以外の目が出て，次に３以外の目が出る。

（ii）最初に２の目が出て，次に３の目が出る。

この26通りの事象は，同様に確からしい。

	1	2	3	4	5	6
1	○	○		○	○	○
2			○			
3	○	○		○	○	○
4	○	○		○	○	○
5	○	○		○	○	○
6	○	○		○	○	○

26通り

このうち，２番と３番の両方の硬貨が表を上に向けているのは次の(iii)，(iv)の場合である。

（iii）最初に１の目が出て，次に４以上の目が出る。

（iv）最初に３以上の目が出て，次に２以下の目が出る。

	1	2	3	4	5	6
1			—	○	○	○
2	—	—	○	—	—	—
3	○	○	—			
4	○	○	—			
5	○	○	—			
6	○	○	—			

11通り

以上により，求める条件付き確率は　$\frac{11}{26}$　…答

氏　　名

数　学　解　答　紙　〔その３〕

受験番号

評点欄

3

3

(1) $f(x)=x^2-4=(x+2)(x-2)$

$f(t-1)<0$ より　$(t+1)(t-3)<0$

$-1<t<3$ —①

$f(t+1)>0$ より　$(t+3)(t-1)>0$

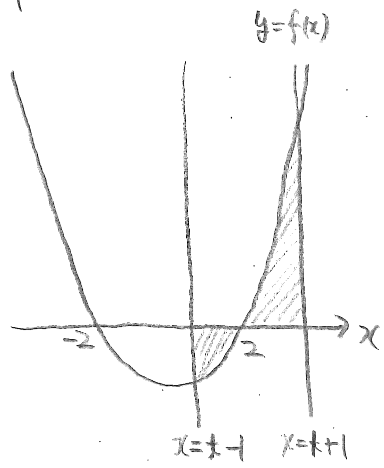
$t<-3,\ 1<t$ —②

①,② より　$\underline{1<t<3}$ //

(2) $1<t<3$ のとき、$0<t-1<2$, $2<t+1<4$

よってグラフは右図のようになり、

$S(t)$ は、斜線部分の2つの図形の面積の和である。



$$S(t)=\int_{t-1}^{2}-(x^2-4)\,dx+\int_{2}^{t+1}(x^2-4)\,dx$$

$$=\left[-\frac{1}{3}x^3+4x\right]_{t-1}^{2}+\left[\frac{1}{3}x^3-4x\right]_{2}^{t+1}$$

$$=\underline{\frac{2}{3}t^3-6t+\frac{32}{3}}\ //$$

(3) $S'(t)=2t^2-6$

$S'(t)=0$ より $t=\sqrt{3}$ $(\because 1<t<3)$

t	(1)		$\sqrt{3}$		(3)
$S'(t)$		$-$	0	$+$	
$S(t)$	$\left(\frac{16}{3}\right)$	↘	$\frac{32}{3}-4\sqrt{3}$	↗	$\left(\frac{32}{3}\right)$

増減表より、求める値域は　$\underline{\frac{32}{3}-4\sqrt{3}\leqq S(t)<\frac{32}{3}}$ //

令和８年度入学試験（医学部・理工学部・農学部・コスメティックサイエンス学環）

氏　名

数学解答紙〔その４〕

受験番号

評点欄

④

4

(1) $a : b = (b-a) : a$

$b \times (b-a) = a \times a$

$b^2 - ab - a^2 = 0$

$a > 0$ より両辺を b^2 で割ると

$\left(\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{b}{a} - 1 = 0$

$\frac{b}{a} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$a>0$, $b>0$ より $\frac{b}{a} > 0$

$\therefore \frac{b}{a} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ //

(2) 図のように正5角形をABCDEとし Aから CDに下ろした垂直の足をHとする

$\triangle ACH$ において、三角比の定義より

$\cos\frac{2}{5}\pi = \frac{CH}{AC}$

$= \frac{\frac{a}{2}}{b}$

$= \frac{1}{2} \div \frac{b}{a}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{1+\sqrt{5}}$

$= \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

また半角の公式より

$\sin^2\frac{\pi}{5} = \frac{1-\cos\frac{2}{5}\pi}{2}$

$= \frac{1-\frac{\sqrt{5}-1}{4}}{2}$

$= \frac{5-\sqrt{5}}{8}$

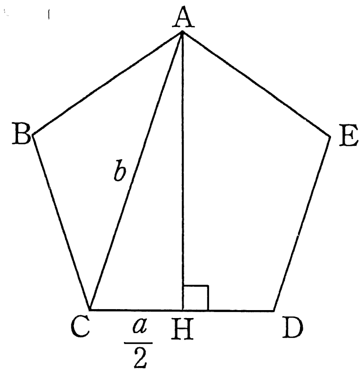
$\sin\frac{\pi}{10} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10}\right)$

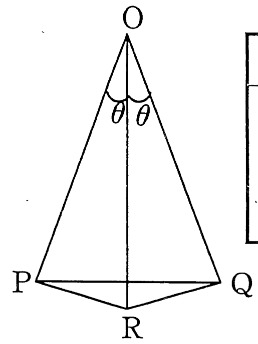
$= \cos\frac{2}{5}\pi$

$= \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

以上より

$\cos\frac{2}{5}\pi = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$, $\sin^2\frac{\pi}{5} = \frac{5-\sqrt{5}}{8}$, $\sin\frac{\pi}{10} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ //





(3) 図のように正n角形の中心をO、頂点P、Q、Rをとる。

「$k \geqq 0$ すなわち $n \geqq 5$ のとき $S_{2n} > S_n$」を示す

$\Leftrightarrow$「$n \geqq 5$ のとき $\triangle OPR + \triangle OQR > \triangle OPQ$」を示す

$\triangle OPR + \triangle OQR - \triangle OPQ$

$= \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sin\theta\right) \times 2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sin 2\theta$

$= \sin\theta\,(1-\cos\theta)$

ここで、中心角について $n \geqq 5$ より

$2\theta = \frac{2\pi}{n} \leqq \frac{2\pi}{5}$ $\therefore 0 < \theta \leqq \frac{\pi}{5}$

$\therefore \sin\theta > 0$ かつ $\cos\theta < 1$ なので

$\sin\theta\,(1-\cos\theta) > 0$

したがって

「$n \geqq 5$ のとき $\triangle OPR + \triangle OQR > \triangle OPQ$」は示された

すなわち「$k \geqq 0$ すなわち $n \geqq 5$ のとき $S_{2n} > S_n$」は示された

ゆえに、S_n は単調増加である。

$k=1$ のとき

$S_{10} = \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sin\frac{2\pi}{10}\right) \times 10$

$= 5\sin\frac{\pi}{5}$

$S_{10}^2 = 25 \times \sin^2\frac{\pi}{5} = 25 \times \frac{5-\sqrt{5}}{8} = 8.6375 < 9$

$\therefore S_{10} < 3$

$k=2$ のとき

$S_{20} = \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sin\frac{2\pi}{20}\right) \times 20$

$= 10\sin\frac{\pi}{10} = 10 \times \frac{\sqrt{5}-1}{4} = 3.09$

$\therefore S_{20} > 3$

以上より、$S_n > 3$ となる条件は $k \geqq 2$ //