氏　　名

数学解答紙〔その１〕

受験番号

評点欄

1

1

(1)　$S_2=\frac{3}{4}a_2+\frac{9}{4}a_1$　　$a_1+a_2=\frac{3}{4}a_2+\frac{9}{4}a_1$

$a_1=3$　より　$a_2=15$　…答

(2)　$S_{n+2}=\frac{3}{4}a_{n+2}+\frac{9}{4}a_{n+1}$　…①　　$S_{n+1}=\frac{3}{4}a_{n+1}+\frac{9}{4}a_n$　…②

$S_{n+2}-S_{n+1}=a_{n+2}$ なので，①−② より　$a_{n+2}=\frac{3}{4}a_{n+2}+\frac{3}{2}a_{n+1}-\frac{9}{4}a_n$

よって　$a_{n+2}=6a_{n+1}-9a_n$　…③

このとき　$a_{n+2}-ra_{n+1}=r(a_{n+1}-ra_n)$　…④ は

$r=6$ のとき ③ を満たさないので　$r\neq 6$　このとき

(④ の左辺)$=a_{n+2}-ra_{n+1}=(6-r)a_{n+1}-9a_n=(6-r)\left(a_{n+1}-\frac{9}{6-r}a_n\right)$

④ より　　$r=6-r$　かつ　$r=\frac{9}{6-r}$　　$\therefore r=3$　…答

(3)　(2) より　$a_{n+2}-3a_{n+1}=3(a_{n+1}-3a_n)$

数列 $\{a_{n+1}-3a_n\}$ は初項 $a_2-3a_1=15-3\cdot 3=6$，公比 3 の等比数列なので

$$a_{n+1}-3a_n=6\cdot 3^{n-1}$$

$$a_{n+1}=3a_n+2\cdot 3^n$$

$$\frac{a_{n+1}}{3^{n+1}}=\frac{a_n}{3^n}+\frac{2}{3}$$

(2) より，$b_n=\frac{a_n}{3^n}$ なので　$b_{n+1}=b_n+\frac{2}{3}$

数列 $\{b_n\}$ は初項 $b_1=\frac{a_1}{3}=1$，公差 $\frac{2}{3}$ の等差数列なので

$b_n=1+(n-1)\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{3}n+\frac{1}{3}$　…答

よって　$\frac{a_n}{3^n}=\frac{2}{3}n+\frac{1}{3}$　$a_n=(2n+1)\cdot 3^{n-1}$　…答

氏　名

数学解答紙〔その２〕

受験番号

評点欄

2

(1)　初めに出た目が２以上であり，かつ次に出た目が２以下である確率は

$\frac{5}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{5}{18}$　…答

このとき，２番の硬貨は表を上に向けている。　…答

(2)　「操作」の後，２番の硬貨が表を上に向けているのは次の (ｉ)，(ii) の場合である。

(ｉ)　最初に１の目が出て，次に３以上の目が出る。

(ii)　最初に２以上の目が出て，次に２以下の目が出る。

	1	2	3	4	5	6
1			○	○	○	○
2	○	○				
3	○	○				
4	○	○				
5	○	○				
6	○	○				

14通り

(ｉ)，(ii) より，求める確率は　$\frac{14}{36}=\frac{7}{18}$　…答

(3)　「操作」の後，すべての硬貨が同じ面を上に向けているのは

(1，2)，(2，3)，(3，4)，(4，5)，(5，6)，(6，1) の６通りなので

求める確率は　$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$　…答

(4)　「操作」の後，２番と３番の硬貨が同じ面を上に向けているのは次の (ｉ)，(ii) の場合である。

(ｉ)　最初に２以外の目が出て，次に３以外の目が出る。

(ii)　最初に２の目が出て，次に３の目が出る。

この26通りの事象は，同様に確からしい。

	1	2	3	4	5	6
1	○	○		○	○	○
2			○			
3	○	○		○	○	○
4	○	○		○	○	○
5	○	○		○	○	○
6	○	○		○	○	○

26通り

このうち，２番と３番の両方の硬貨が表を上に向けているのは次の (iii)，(iv) の場合である。

(iii)　最初に１の目が出て，次に４以上の目が出る。

(iv)　最初に３以上の目が出て，次に２以下の目が出る。

	1	2	3	4	5	6
1			−	○	○	○
2	−	−	○	−	−	−
3	○	○	−			
4	○	○	−			
5	○	○	−			
6	○	○	−			

11通り

以上により，求める条件付き確率は　$\frac{11}{26}$　…答

II

令和８年度入学試験（医学部・理工学部・農学部・コスメティックサイエンス学環）

氏　名

数学解答紙〔その3〕

受験番号

評点欄

3

3

(1). $f'(x) = e^{-x} + (x+3)\cdot(-e^{-x})$

$= (-x-2)\cdot e^{-x}$

$f''(x) = -e^{-x} + (-x-2)\cdot(-e^{-x})$

$= (x+1)\cdot e^{-x}$

(2). $f'(x) = 0$ とすると、$x = -2$.

$f''(x) = 0$ とすると、$x = -1$.

よって $f(x)$ の増減, 凹凸は次の表のようになる.

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	-1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	$-$
$f''(x)$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↱	極大 e^2	↴	変曲点 $2e$	↳

$\therefore a = -1$

(3). $A(-1, 2e)$, $f'(-1) = -e$ より.

$y - 2e = -e(x+1)$.

$y = -ex + e$.

$\therefore g(x) = -ex + e$

$h(x) = f(x) - g(x)$

$= (x+3)e^{-x} + ex - e$ とおくと.

$h'(x) = f'(x) - g'(x)$

$= (-x-2)\cdot e^{-x} + e$

$h''(x) = (x+1)\cdot e^{-x}$

$x > -1$ のとき, $h''(x) > 0$ より.

$h'(x)$ は, $x \geqq -1$ で単調に増加する.

このことと, $h'(-1) = 0$ から,

$x > -1$ のとき, $h'(x) > 0$.

よって, $h(x)$ は, $x \geqq -1$ で単調に増加する.

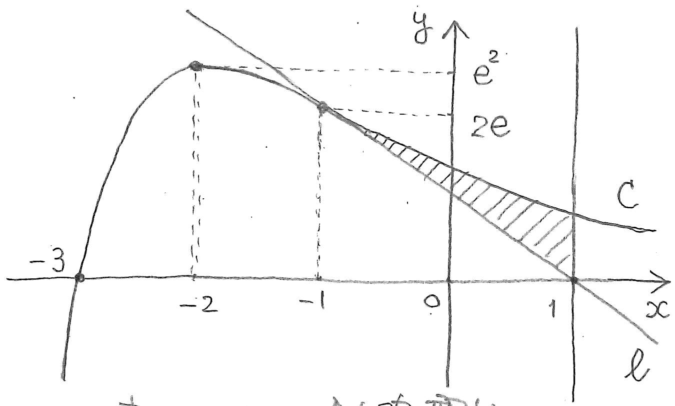
このことと. $h(-1) = 0$ から. $x > -1$ のとき, $h(x) > 0$.

したがって,

$x > -1$ のとき, $f'(x) > g'(x)$ から $f(x) > g(x)$

(4). 交点Bのx座標は.

$-ex + e = 0$ を解いて. $x = 1$.



求める面積は, 上図の斜線部分の面積なので,

$\int_{-1}^{1} (x+3)\cdot e^{-x}\,dx - \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2e$

$= \left[(x+3)\cdot(-e^{-x})\right]_{-1}^{1} - \int_{-1}^{1}(-e^{-x})\,dx - 2e$

$= -\frac{4}{e} + 2e + \left[-e^{-x}\right]_{-1}^{1} - 2e$

$= -\frac{4}{e} + \left(-\frac{1}{e} + e\right)$

$= e - \frac{5}{e}$

氏　名

数学解答紙〔その４〕

受験番号

評点欄

④

4

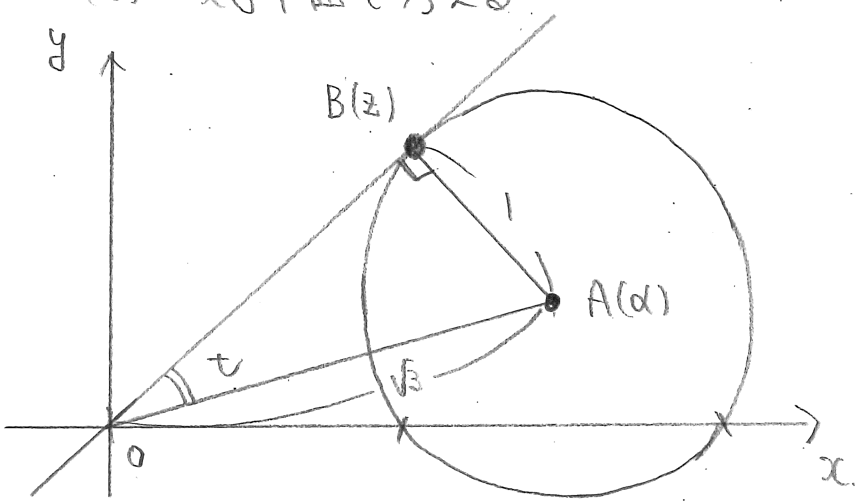
(1). $\alpha = \frac{1}{2}(3+\sqrt{3}i)$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}(\sqrt{3}+i)$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)$

$= \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ //

(2). xy平面で考える



$AB=1$, (1)より $OA=|\alpha|=\sqrt{3}$ であり、$\triangle OAB$ は

$\angle ABO=\frac{\pi}{2}$ をみたす直角三角形なので

$OB=|z|=\sqrt{(\sqrt{3})^2-1}=\sqrt{2}$.

したがって

$\sin t = \frac{AB}{OA} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\cos t = \frac{OB}{OA} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ //

(3).

点B(z)は、点A(α)を

原点のまわりにt回転させ、

原点からの距離を $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ 倍した点なので

$z = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}(\cos t + i\sin t)\alpha$ をみたす。

よって

$z = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}(\cos t + i\sin t)\cdot\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

$= \sqrt{2}\left(\cos\left(t+\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(t+\frac{\pi}{6}\right)\right)$ //

このとき

$z = \sqrt{2}\Big(\cos t\cos\frac{\pi}{6} - \sin t\sin\frac{\pi}{6}$

$+ i\left(\sin t\cos\frac{\pi}{6} + \cos t\sin\frac{\pi}{6}\right)\Big)$

$= \sqrt{2}\left(\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{2}\right) + i\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{2}\right)\right)$

$= \sqrt{2}\cdot\frac{1}{2\sqrt{3}}\left((\sqrt{6}-1)+i(\sqrt{3}+\sqrt{2})\right)$

$= \frac{1}{\sqrt{6}}\left((\sqrt{6}-1)+i(\sqrt{3}+\sqrt{2})\right)$

ゆえに、$z=x+yi$ のとき

$x = \frac{1}{\sqrt{6}}(\sqrt{6}-1)$

$y = \frac{1}{\sqrt{6}}(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ //