

後期日程

平成 31 年度入学試験問題（後期日程）

# 数 学

（農学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子 1 冊および解答紙 4 枚がある。解答紙は 1 枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答紙の裏面を使う場合は、続きの解答を裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 一辺の長さが1の正四面体OABCにおいて、 $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$ ,  $\vec{OC} = \vec{c}$ とする。また、辺OA, OBを $t:(1-t)$ に内分する点をそれぞれP, Qとし、辺BC, ACを $s:(1-s)$ に内分する点をそれぞれL, Mとする。ただし、 $s$ と $t$ は、それぞれ $0 < s < 1$ および $0 < t < 1$ をみたす実数とする。このとき、次の問に答えよ。

(1)  $\vec{PQ}$ ,  $\vec{OL}$ ,  $\vec{OM}$ を $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ,  $s$ ,  $t$ を用いて表せ。

(2)  $|\vec{PL}|^2$ を $s$ ,  $t$ を用いて表せ。

(3)  $|\vec{PL}|^2$ の最小値とそのときの $s$ ,  $t$ の値を求めよ。さらに、このとき四角形PQLMが正方形となることを示せ。

2  $a_1 = 1, a_2 = 13$ , および

$$a_{n+2} = a_{n+1} + 6a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定まる自然数の数列  $\{a_n\}$  について、次の問に答えよ。

(1) 等式

$$a_{n+2} - \alpha a_{n+1} = \beta(a_{n+1} - \alpha a_n)$$

をみたす数の組  $(\alpha, \beta)$  を2つ求めよ。

(2) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

(3) すべての自然数  $n$  に対して、 $a_{3n}$  は  $a_n$  で割り切れることを示せ。

3 実数を係数とする 0 でない整式  $f(x)$ ,  $g(x)$  に対して,

$$F(x) = (f(x) + g(x))^3 + (f(x) - g(x))^3$$

とおく。このとき、次の問に答えよ。

- (1)  $F(x)$  は  $f(x)$  で割り切れることを示せ。
- (2) 実数  $\alpha$  に対して、 $F(x)$  は  $(x - \alpha)^2$  で割り切れ、 $(x - \alpha)^3$  では割り切れないとする。このとき、 $f(x)$  は  $(x - \alpha)^2$  で割り切れることを示せ。

4 関数  $y = |x^2 - 1|$  のグラフを  $C$  とする。  $t$  が  $\frac{1}{4} \leq t \leq 1$  をみたすとき、曲線  $C$  の  $t \leq x \leq 2t$  をみたす部分、  $x$  軸、 2 直線  $x = t$ ,  $x = 2t$  で囲まれた図形の面積を  $S(t)$  とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1)  $\frac{1}{4} \leq t \leq \frac{1}{2}$  のとき、  $S(t)$  を  $t$  を用いて表せ。
- (2)  $\frac{1}{2} \leq t \leq 1$  のとき、  $S(t)$  を  $t$  を用いて表せ。
- (3)  $\frac{1}{4} \leq t \leq 1$  のとき、  $S(t)$  の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの  $t$  の値をそれぞれ求めよ。