

前期日程

平成31年度入学試験問題（前期日程）

数 学

（理工学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子1冊および解答紙4枚がある。解答紙は1枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで4問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答紙の裏面を使う場合は、続きの解答を裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙4枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 10本のくじの中に、当たりくじが t 本、はずれくじが $(10-t)$ 本入っているものとする。この中からくじを3本続けて引くとき、次の間に答えよ。ただし、 $0 \leq t \leq 10$ とし、引いたくじは戻さないものとする。

(1) 当たりくじがちょうど1本である確率を t を用いて表せ。

(2) 当たりくじが1本以下である確率 $P(t)$ を t を用いて表せ。

(3) (2)の $P(t)$ に対して、 $P(t) \leq \frac{1}{2}$ をみたす t をすべて求めよ。

2 座標空間の原点を O とし、4つの点

$$A(1, 0, -1), B(0, 1, 1), C(1, 1, 1), D\left(0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

をとり、 $\triangle OAB$ の面積を α とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) α の値を求めよ。
- (2) 3点 O, A, B の定める平面に、点 C から垂線 CP を下ろす。

$$\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$$

の形に表すとき、 s と t の値を求め、 \overrightarrow{CP} を成分で表せ。

- (3) (2) で求めた \overrightarrow{CP} に対して、点 E は、 $\overrightarrow{OE} = k\overrightarrow{CP}$ ($k > 0$) と表され、 $|\overrightarrow{OE}| = \alpha$ をみたすとする。 $\triangle ABC$ の重心を G とするとき、 $\overrightarrow{OG} \perp \overrightarrow{DE}$ を示せ。

3

$a > 1$ とする。このとき、次の問に答えよ。

(1) 定積分 $\int_0^\pi \cos^2 x dx$, $\int_0^\pi \sin^2 x dx$, $\int_0^\pi \sin x \cos x dx$ を求めよ。

(2) 曲線 $y = a \sin x + \frac{a}{a-1} \cos x$ ($0 \leq x \leq \pi$), x 軸, 2 直線 $x = 0$, $x = \pi$ で囲まれた部分を, x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積 V を a を用いて表せ。

(3) $a > 1$ における, (2) の V の最小値とそのときの a の値を求めよ。

4 i を虚数単位とし、 $\theta = \frac{2}{7}\pi$ 、 $\alpha = \cos\theta + i\sin\theta$ とする。また、

$$f(x) = 8x^3 + 4x^2 - 4x - 1$$

とするとき、次の問に答えよ。

(1) $\alpha^7 = 1$ および $\sum_{k=0}^6 \alpha^k = 0$ を示せ。

(2) $\alpha + \frac{1}{\alpha} = 2\cos\theta$ を示せ。これと (1) を用いて、 $f(\cos\theta) = 0$ を示せ。

(3) $f(\cos 2\theta) = 0$ を示せ。