

後期日程

令和2年度入学試験問題（後期日程）

数 学

（理工学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子1冊および解答紙4枚がある。解答紙は1枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで4問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答は、できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は、表面の右下に「裏面に続く」と書き、解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙4枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 s, t は, $0 < s < 1, 0 < t < \frac{1}{4}$ を満たす実数とする。1 辺の長さが 1 の正四面体 $OABC$ において, 辺 OA を $t:(1-t)$ に内分する点を L , 辺 OB を $s:(1-s)$ に内分する点を M , 辺 OC の中点を N とする。ただし, $LM \perp LN$ とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくとき, 次の問に答えよ。

(1) \overrightarrow{LM} および \overrightarrow{LN} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, t, s$ を用いて表せ。

(2) $1-2t$ を u とするとき, s を u を用いて表せ。

(3) s が最大となる t の値と s の最大値を求めよ。

2 c は実数の定数とする。 x に関する 2 次方程式

$$x^2 + \left(c - \frac{27}{2}\right)x + c^2 + 60 = 0$$

に対して、次の問に答えよ。

- (1) この方程式が $x = \frac{17}{2}$ を解にもつような c の値を求めよ。
- (2) この方程式が自然数の解をもつような c の値を求めよ。

3 次の問に答えよ。

(1) 定積分 $\int_1^e \frac{\log x}{x} dx$ を求めよ。

(2) 等式 $f(x) = 3 \log x - x \int_1^e \frac{2f(t) + 1}{2t} dt$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

(3) $f(x)$ を (2) で求めた関数とする。 $x > 0$ における関数 $f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。

4 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 2, \quad 4a_{n+1} = 3a_n + \frac{1}{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、次の問に答えよ。

- (1) すべての自然数 n に対して、 $a_n > 1$ を示せ。
- (2) すべての自然数 n に対して、次の不等式が成立することを示せ。

$$a_{n+1} - 1 < \frac{3}{4}(a_n - 1)$$

- (3) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。