令和２年度入学試験（教育学部）

氏　　　名

数　学　解　答　紙　〔その一〕

受 験 番 号

1

評 点 欄

1

病原体に感染しているという事象を X，陽性と判定されるという事象を Y とすると

$$P(Y)=\frac{4}{100},\ P(\overline{Y})=\frac{96}{100},\ P_X(Y)=\frac{97}{100},$$

$$P_X(\overline{Y})=\frac{3}{100},\ P_{\overline{X}}(Y)=\frac{1}{100},\ P_{\overline{X}}(\overline{Y})=\frac{99}{100}$$

(1)　求める確率は $P_X(Y)$ であるから，　　$P_X(Y)=\dfrac{97}{100}$

(2)　求める確率は $P(X)$ でこれを p $(0<p<1)$ とおくと

$$P(Y)=P(X\cap Y)+P(\overline{X}\cap Y)=P(X)P_X(Y)+P(\overline{X})P_{\overline{X}}(Y)$$ より

$$\Leftrightarrow\quad \frac{4}{100}=p\cdot\frac{97}{100}+(1-p)\cdot\frac{1}{100}$$

$$\Leftrightarrow\quad 4=97p+(1-p)$$

$$\Leftrightarrow\quad p=\frac{1}{32}$$

(3)　陽性反応を示した個体が，実際は病原菌に感染していない条件付き確率は

$$P_Y(\overline{X})=\frac{P(Y\cap\overline{X})}{P(Y)}=\frac{\frac{1}{100}\cdot(1-p)}{\frac{4}{100}}=\frac{1-p}{4}=\frac{31}{128}$$

令和２年度入学試験（教育学部）

氏　　名

数学解答紙〔その二〕

受験番号

評点欄

2

2

(1)　点Cは辺ABを2：1に内分するので

$$\overrightarrow{OC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$$

$$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}=\left(\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}\right)-\vec{a}=-\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$$

(2)　$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta=2\cos\theta$ なので

$$|\overrightarrow{OC}|^2=\left|\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}\right|^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2|\vec{a}+2\vec{b}|^2$$

$$=\left(\frac{1}{3}\right)^2(|\vec{a}|^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4|\vec{b}|^2)=\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot 8(1+\cos\theta)$$

$$|\overrightarrow{AC}|^2=\left|-\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}\right|^2=\left(\frac{2}{3}\right)^2|\vec{a}-\vec{b}|^2$$

$$=\left(\frac{2}{3}\right)^2(|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2)=\left(\frac{2}{3}\right)^2(5-4\cos\theta)$$

$-1<\cos\theta<1$ なので，$1+\cos\theta>0$，$5-4\cos\theta>0$ であるから

$$|\overrightarrow{OC}|=\frac{2\sqrt{2}}{3}\sqrt{1+\cos\theta}，\ |\overrightarrow{AC}|=\frac{2}{3}\sqrt{5-4\cos\theta}$$

したがって，

$$f(\theta)=\frac{2}{3}\sqrt{5-4\cos\theta}+\sqrt{2}\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3}\sqrt{1+\cos\theta}$$

$$=\frac{2}{3}\sqrt{5-4\cos\theta}+\frac{4}{3}\sqrt{1+\cos\theta}$$

(3)　(2)の結果より

$$\{f(\theta)\}^2=\left(\frac{2}{3}\right)^2(\sqrt{5-4\cos\theta}+2\sqrt{1+\cos\theta})^2$$

$$=\left(\frac{2}{3}\right)^2\{(5-4\cos\theta)+4\sqrt{(5-4\cos\theta)(1+\cos\theta)}+4(1+\cos\theta)\}$$

$$=\left(\frac{2}{3}\right)^2(9+4\sqrt{-4\cos^2\theta+\cos\theta+5})$$

$$=\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(9+4\sqrt{-4\left(\cos\theta-\frac{1}{8}\right)^2+\frac{81}{16}}\right)$$

よって，$\cos\theta=\frac{1}{8}$ のとき $\{f(\theta)\}^2$ は最大値 $\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\left(9+4\cdot\frac{9}{4}\right)=8$ をとる。

ところで，$f(\theta)=|\overrightarrow{AC}|+\sqrt{2}|\overrightarrow{OC}|$ なので $f(\theta)>0$ である。

したがって，$\cos\theta=\frac{1}{8}$ のとき $f(\theta)$ は最大値 $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ をとる。

令和２年度入学試験（教育学部）

氏　　名

数 学 解 答 紙 〔その三〕

受験番号

評点欄

3

3

(1) 円 C と直線 ℓ の交点の x 座標を求める。C と ℓ の方程式から y を消去すると

$x^2+\{(-2x+7)-2\}^2=25$ より　$5x(x-4)=0$　$\therefore x=0,\ 4$

$x_1<x_2$ より $x_1=0$，$x_2=4$

$y=-2x+7$ にそれぞれ代入して　$y_1=7$，$y_2=-1$

よって，　A$(0,\ 7)$，B$(4,\ -1)$

(2)　$y=ax^2+bx+c$ …① とする。

放物線①が点 A $(0,\ 7)$ を通るとき　$7=c$ …②

放物線①が点 B $(4,\ -1)$ を通るとき　$-1=16a+4b+c$ …③

放物線①が点 C $(3,\ -2)$ を通るとき　$-2=9a+3b+c$ …④

②，③，④ より　$a=1$，$b=-6$，$c=7$

(3)　(2)の結果より，放物線①の方程式は　$y=x^2-6x+7$

$y'=2x-6$ より，点A$(0,\ 7)$ における接線の方程式は

$y-7=-6(x-0)$　$\therefore\ y=-6x+7$

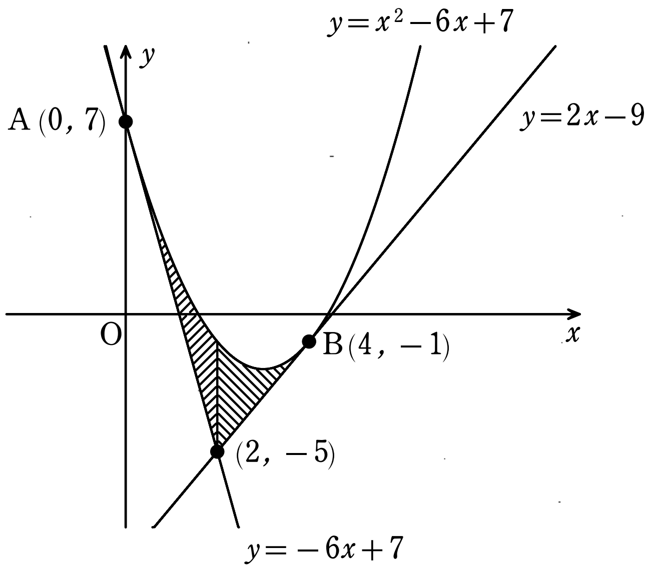
同様に，点B$(4,\ -1)$ における接線の方程式は

$y-(-1)=2(x-4)$　$\therefore\ y=2x-9$

この２つの接線の交点の x 座標を求めると

$-6x+7=2x-9$　$\therefore\ x=2$

よって，右のグラフより求める図形の面積は



$$\int_0^2\{(x^2-6x+7)-(-6x+7)\}dx$$

$$+\int_2^4\{(x^2-6x+7)-(2x-9)\}dx$$

$$=\int_0^2 x^2dx+\int_2^4(x-4)^2dx$$

$$=\left[\frac{1}{3}x^2\right]_0^2+\left[\frac{1}{3}(x-4)^3\right]_2^4$$

$$=\frac{8}{3}+\frac{8}{3}=\frac{16}{3}$$