

後期日程

令和3年度入学試験問題（後期日程）

数 学

（理工学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子1冊および解答紙4枚がある。解答紙は1枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで4問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答は、できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は、表面の右下に「裏面に続く」と書き、解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙4枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 さいころを何回か投げて，出た目の最大値を得点とする。このとき，次の問に答えよ。

- (1) 3回投げたとき，得点が4以上になる確率を求めよ。
- (2) 3回投げたとき，得点が4になる確率を求めよ。
- (3) 3回投げたときの得点が4以上であったとき，もう1回さいころを投げて，得点が1以上増える確率を求めよ。

2

次の間に答えよ。

- (1) 実数 x, y が $2x + y = 1$ をみたすとき, $2x^2 + y^2$ の最小値とそのときの x, y の値を求めよ。
- (2) 実数 x, y が $2x^2 + y^2 = 1$ をみたすとき, $2x + y$ の最大値とそのときの x, y の値を求めよ。
- (3) 実数 x, y が $2x^2 + y^2 = 1$ をみたすとき, xy の最大値とそのときの x, y の値を求めよ。

3 a を定数とする。

$$y = \cos \theta + a \cos 2\theta + \cos 3\theta$$

について、次の問に答えよ。

- (1) $t = \cos \theta$ とするとき、 $\cos 2\theta$ と $\cos 3\theta$ を t を用いて表せ。また、 y を t の関数として表せ。
- (2) (1) の t に対して、 $t = \frac{1}{2}$ で y が極値をとるとき、 a の値を求めよ。
- (3) (2) の a に対して、 $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \pi$ の範囲における y の最大値と最小値を求めよ。

4 関数

$$f(x) = \frac{x^2}{e^x - x}$$

$$g(x) = (2 - x)e^x - x$$

について、次の問に答えよ。

- (1) すべての実数 x に対して、不等式

$$(1 - x)e^x \leq 1$$

が成り立つことを示せ。また、等号が成り立つときの x の値を求めよ。

- (2) (1) を用いて、方程式 $g(x) = 0$ が実数解をただ一つもつことを示せ。また、その実数解を α とおくと、 $1 < \alpha < 2$ であることを示せ。
- (3) α を (2) で定めた実数とする。このとき、関数 $f(x)$ の極大値を α の分数式で表せ。