

氏 名

数学解答紙〔その一〕

受験番号

1

評点欄

1

- (1)
- $BC = x$
- (
- $x > 0$
-) とすると,
- $\triangle ABC$
- において余弦定理より,

$$4^2 = x^2 + 6^2 - 2 \cdot x \cdot 6 \cdot \cos B$$

$$16 = x^2 + 36 - 12x \cdot \frac{3}{4}$$

$$x^2 - 9x + 20 = 0$$

$$(x-4)(x-5) = 0$$

$$x = 4, 5$$

よって, $BC = 4, 5$

- (2)
- $\angle C$
- が鋭角のとき,
- $\cos C = \frac{4^2 + x^2 - 6^2}{2 \cdot 4 \cdot x} > 0$
- つまり
- $x^2 > 20$
- である。

よって, $\angle C$ が鋭角のとき $BC = 5$ である。また, $0^\circ < \angle B < 180^\circ$ より $\sin B > 0$ であるから

$$\sin B = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

よって $\triangle ABC$ の面積を S とすると,

$$S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 \cdot \sin B = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{15\sqrt{7}}{4}$$

- (3) 求める外接円の半径を
- R
- とすると,
- $\triangle ABC$
- において正弦定理より,

$$2R = \frac{4}{\sin B}$$

$$2R = \frac{4}{\frac{\sqrt{7}}{4}}$$

$$R = \frac{8\sqrt{7}}{7}$$

また, 内接円の半径を r とすると,

$$S = \frac{1}{2} r (6 + 5 + 4)$$

$$\frac{15\sqrt{7}}{4} = \frac{15}{2} r$$

$$r = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

--

数学解答紙 [その二]

--	--	--	--	--

2

(1). $\alpha = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ とき

$$\alpha^2 = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = 5 + 2\sqrt{6} //$$

$$\alpha^3 = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^3 = 11\sqrt{2} + 9\sqrt{3} //$$

(2). $\alpha = \sqrt{2} + \sqrt{3} \dots$ ①

$$\alpha^2 = 5 + 2\sqrt{6} \dots$$
 ②

$$\alpha^3 = 11\sqrt{2} + 9\sqrt{3} \dots$$
 ③ とき

① $\times 9$ - ③ とき

$$9\alpha - \alpha^3 = -2\sqrt{2}$$

$$\therefore \sqrt{2} = \frac{1}{2}(\alpha^3 - 9\alpha) //$$

① $\times 11$ - ③ とき

$$11\alpha - \alpha^3 = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{1}{2}(-\alpha^3 + 11\alpha) //$$

② とき

$$\sqrt{6} = \frac{1}{2}(\alpha^2 - 5) //$$

(3)

$$\frac{1}{\alpha+1} = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1}$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{2}+1) + \sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}+1 - \sqrt{3}}{(\sqrt{2}+1)^2 - 3}$$

$$= \frac{1}{4} (2 + \sqrt{2} - \sqrt{6})$$

$$= \frac{1}{4} \left(2 + \frac{1}{2}(\alpha^3 - 9\alpha) - \frac{1}{2}(\alpha^2 - 5) \right)$$

$$= \frac{1}{4} (\alpha^3 - \alpha^2 - 9\alpha + 9) //$$

(4).

α が有理数と仮定する

(2) とき $\sqrt{6} = \frac{1}{2}(\alpha^2 - 5)$

(左辺) = (無理数)

(右辺) = (有理数) とき矛盾

したがって α は無理数である //

評点欄

2

氏 名

--

数学解答紙 [その三]

受験番号

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3

評点欄

4

(1). $f(x) = 4x + 1$ とし, $f'(1) = 5$.

よす, 直線 l の方程式は,

$y - 4 = 5(x - 1)$ とし. $l: y = 5x - 1$

(2). 直線 l , m が x 軸の正の向きとなす角をそれぞれ α, β とおくと,

(1) とし, $\tan \alpha = 5 > 1$ だから $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

$\beta = \alpha + \frac{\pi}{4}$ のとき, $\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{3}{4}\pi$ とし, $\tan \beta < 0$ とおくと

m の傾きが負となり不適.

$\beta = \alpha - \frac{\pi}{4}$ のとき, $\tan \beta = \tan(\alpha - \frac{\pi}{4})$

$$= \frac{\tan \alpha - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{5 - 1}{1 + 5 \cdot 1} = \frac{2}{3}$$

よす, m の傾きが正となり適す.

よす, 直線 m の方程式は

$y - 4 = \frac{2}{3}(x - 1)$ とし. $m: y = \frac{2}{3}x + \frac{10}{3}$

(3). 求める面積を S とすると,

$$S = \int_0^1 \left\{ \left(\frac{2}{3}x + \frac{10}{3} \right) - (2x^2 + x + 1) \right\} dx$$

$$= \int_0^1 \left(-2x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{7}{3} \right) dx$$

$$= \left[-\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{6}x^2 + \frac{7}{3}x \right]_0^1$$

$$= \frac{3}{2}$$

よす. $S = \frac{3}{2}$

