前期日程

令和３年度入学試験問題（前期日程）

数　　学

（理工学部）

—— 解答上の注意事項 ——

1.「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。

2. 問題冊子１冊および解答紙４枚がある。解答紙は１枚ずつ切り離して使用すること。

3. 問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ まで４問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。

4. 解答は，できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は，表面の右下に「裏面に続く」と書き，解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。

5. 解答しない問題がある場合でも，解答紙４枚すべてを提出すること。

6. 問題冊子は持ち帰ること。

$\boxed{1}$ AB $= 6$，AC $= 4$，$\cos B = \dfrac{3}{4}$ をみたす $\triangle$ABC について，次の問に答えよ。

(1) 辺 BC の長さを求めよ。

(2) $\angle$C が鋭角のとき，$\triangle$ABC の面積を求めよ。

(3) (2) の $\triangle$ABC に対して，その外接円および内接円の半径をそれぞれ求めよ。

$\boxed{2}$　$\alpha = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ とするとき，次の問に答えよ。

(1) α^2 と α^3 の値をそれぞれ求めよ。

(2) $\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{6}$ を，それぞれ有理数 a, b, c, d を用いて $a\alpha^3 + b\alpha^2 + c\alpha + d$ の形に表せ。

(3) $\dfrac{1}{\alpha + 1}$ を，有理数 a, b, c, d を用いて $a\alpha^3 + b\alpha^2 + c\alpha + d$ の形に表せ。

(4) (1)，(2)，(3) で示した式のいずれかを用いることにより，α が有理数または無理数のどちらになるか，理由をつけて答えよ。ただし，$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{6}$ が無理数であることは用いてもよい。

$\boxed{3}$ ベクトル $\vec{a} = (1, 3)$, $\vec{b} = (3, -1)$ のとき,

$$\vec{p} = (\cos\theta)\vec{a} + (\sin\theta)\vec{b}$$
$$\vec{q} = (\cos^2\theta)\vec{a} + (\sin^2\theta)\vec{b}$$

とおく。ただし，$0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。このとき，次の問に答えよ。

(1) $|\vec{a}|^2$，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$, $|\vec{b}|^2$ の値をそれぞれ求め，内積 $\vec{p}\cdot\vec{q}$ を θ を用いて表せ。

(2) $t = \sin\theta + \cos\theta$ のとき，t のとりうる値の範囲を求めよ。また，内積 $\vec{p}\cdot\vec{q}$ を t を用いて表せ。

(3) 内積 $\vec{p}\cdot\vec{q}$ の最大値と最小値，およびそのときの θ の値をそれぞれ求めよ。

$\boxed{4}$ $f(x) = -x^3 + 4x$ とおく。曲線 $y = f(x)$ 上の点 P $(t, f(t))$ における接線を ℓ とする。ただし，$0 < t < 2$ とする。$y = f(x)$ $(t \leqq x \leqq 2)$，x 軸，および 直線 $x = t$ で囲まれた部分の面積を $S_1(t)$ とする。$y = f(x)$ $(0 \leqq x \leqq t)$，直線 ℓ，および y 軸で囲まれた部分の面積を $S_2(t)$ とし，$S(t) = S_1(t) + S_2(t)$ とする。このとき，次の問に答えよ。

(1) 直線 ℓ の方程式を求めよ。

(2) $S_1(t)$ を t を用いて表せ。

(3) $S_2(t)$ を t を用いて表せ。

(4) t が $0 < t < 2$ の範囲を動くとき，$S(t)$ の最小値とそのときの t の値を求めよ。