

後期日程

令和4年度入学試験問題（後期日程）

数 学

（理工学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子1冊および解答紙4枚がある。解答紙は1枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで4問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答は、できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は、表面の右下に「裏面に続く」と書き、解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙4枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 座標平面上において、原点 $O(0, 0)$ を中心とする半径 2 の円を C とし、点 $P_1(1, 0)$, $P_2(-1, 0)$ を中心とする半径 1 の円をそれぞれ C_1 , C_2 とする。さらに、円 C_3 は C に内接して、 C_1 と C_2 に外接し、 C_3 の中心を P_3 とするとき、その y 座標が正であるとする。次の問に答えよ。

(1) 円 C_3 の半径を r とする。 $\triangle OP_1P_3$ が直角三角形になることを用いて、 r の値を求めよ。

(2) 円 C_4 は C に内接して、 C_1 と C_3 に外接し、さらに C_4 の中心の x 座標が正であるとする。 C_4 の中心を P_4 とし、 $\angle P_1OP_4$ を α , $\angle P_3OP_4$ を β とおく。 C_4 の半径を s とするとき、 $\cos \alpha$ と $\cos \beta$ を s を用いて表せ。

(3) (2) の α , β , s について、 $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta$ と s の値を求めよ。

2 a を 1 以上 9 以下の整数とする。箱の中に

20 ポイントのくじ 2 本

10 ポイントのくじ a 本

5 ポイントのくじ 8 本

0 ポイントのくじ $(10 - a)$ 本

の合計 20 本のくじを入れてよくかき混ぜる。この箱の中から同時に引いた 2 本のくじのポイントの和を獲得ポイントとするとき、次の問に答えよ。

- (1) $a = 5$ のとき、獲得ポイントが正である確率を求めよ。
- (2) $a = 5$ とする。獲得ポイントが 20 であったとき、引いたくじの中に 10 ポイントのくじが含まれている確率を求めよ。
- (3) a を 1 以上 9 以下の整数とするとき、獲得ポイントが 20 である確率を a を用いて表せ。さらに、この確率が最小となる a の値をすべて求めよ。

3 r を正の定数とする。座標平面上を運動する点 P の座標 (x, y) が、時刻 t の関数として

$$x = 1 - r \cos t, \quad y = r(\sin t - t) \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

で表されるとき、次の問に答えよ。

- (1) 点 P の速度 \vec{v} と加速度 \vec{a} を求めよ。
- (2) (1) の \vec{a} の大きさ $|\vec{a}|$ は一定であることを示せ。
- (3) $t = \pi$ から $t = \frac{3}{2}\pi$ までの間に点 P が動く道のりを求めよ。

4 $\alpha = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}i}{4}$ とするとき、次の問に答えよ。

(1) 整数 n について、 α^n を極形式で表せ。

(2)

$$|\alpha^n| > \frac{1}{32}$$

を満たす正の整数 n のうち、最大のものを n_1 とする。 n_1 の値を求めよ。

(3) α の共役複素数を $\bar{\alpha}$ とし

$$|\alpha^n + (\bar{\alpha})^n| > \frac{1}{16}$$

を満たす正の整数 n のうち、最大のものを n_2 とする。 n_2 の値を求めよ。