

## 前期日程

令和4年度入学試験問題（前期日程）

## 数 学

（理工学部）

## ————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子1冊および解答紙4枚がある。解答紙は1枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで4問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答は、できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は、表面の右下に「裏面に続く」と書き、解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙4枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 座標空間内の4点  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(2, 0, 0)$ ,  $B(2, 2, 0)$ ,  $C(0, 2, 0)$  について

$$OD = AD = BD = CD = 2$$

を満たす点  $D$  で、その  $z$  座標が正、負になるものを、それぞれ  $D_1$ ,  $D_2$  とする。次の問に答えよ。

(1) 2点  $D_1$ ,  $D_2$  の座標を求めよ。

(2) 点  $P(1, 1, 0)$  と実数  $a$ ,  $b$  について

$$a\overrightarrow{OA} + b\overrightarrow{OD_1} - \overrightarrow{OP}$$

が2つのベクトル  $\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{OD_1}$  に垂直であるとする。このとき、 $a$ ,  $b$  の値を求めよ。

(3) 6点  $O$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D_1$ ,  $D_2$  を頂点とする正八面体を  $V$  とし、 $V$  のすべての面に内側から接する球を  $S$  とする。このとき、 $S$  の半径を求めよ。また、 $V$  の各面と  $S$  とのすべての接点を頂点とする凸多面体について、その名称を答え、各辺の長さを求めよ。

2  $n$  を 5 以上の整数とする。1 枚の硬貨を投げる試行を  $n$  回繰り返すとき、表が出る回数が、ちょうど  $n$  回目の試行で 5 になる確率を  $p_n$  とする。次の問に答えよ。

(1)  $p_6$  の値を求めよ。

(2)  $p_n$  を  $n$  を用いて表せ。

(3)  $\frac{p_{n+1}}{p_n}$  を  $n$  を用いて表せ。また、 $p_n$  の最大値を求めよ。

3 関数  $f(x) = e^{-x^2}$  について、正の定数  $a$  は  $f''(a) = 0$  を満たすとする。次の問に答えよ。

- (1)  $a$  の値を求めよ。また、関数  $f(x)$  のグラフの凹凸を調べ、変曲点を求めよ。
- (2) 曲線  $y = f(x)$  と直線  $y = f(a)$  で囲まれた図形を、 $y$  軸の周りに1回転させてできる立体の体積を求めよ。

4 複素数  $z$  について,  $1, z, z^2$  を表す複素数平面上の点をそれぞれ  $A, B, C$  とする。次の問に答えよ。

- (1) 点  $A, B, C$  が正三角形の 3 つの頂点となる  $z$  をすべて求めよ。
- (2) 点  $A, B, C$  が直角三角形の 3 つの頂点となるための  $z$  に関する条件を求めよ。また, この条件を満たす点  $z$  全体を図示せよ。