

後期日程

令和5年度入学試験問題（後期日程）

数 学

（理工学部）

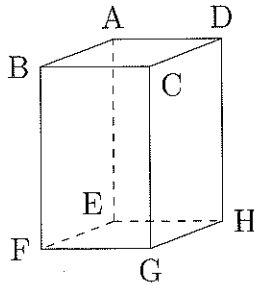
————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子1冊および解答紙4枚がある。解答紙は1枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで4問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答は、できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は、表面の右下に「裏面に続く」と書き、解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙4枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 $0 < a < 1$ とし、座標平面上の2点 $A(a, 0)$, $B(1, 0)$ を直径の両端とする円を C とする。円 C 上の点 P における接線は原点 O を通り、かつ P の y 座標は正であるとする。このとき、次の間に答えよ。

- (1) 円 C の方程式を求めよ。
- (2) 点 P の座標を a を用いて表せ。
- (3) 点 P の y 座標が最大となるような a の値を求めよ。

- 2 $0 < a < 2$ とする。 $AB = \sqrt{2-a}$, $AD = \sqrt{a}$, $AE = 2$ である直方体 ABCD-EFGH について、 $\angle AFC$ を θ とおく。次の問に答えよ。



- (1) $\cos \theta$ を a を用いて表せ。
- (2) $a = 1$ のとき、 $\triangle AFC$ の面積 S の値を求めよ。
- (3) $a = 1$ のとき、 $\triangle AFC$ の内接円の半径 r と外接円の半径 R の値をそれぞれ求めよ。
- (4) $\tan \theta$ を a を用いて表せ。また、 $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{4}{3}$ のとき、 $\tan \theta$ のとりうる値の範囲を求めよ。

3 $\frac{i}{2}$ と異なる複素数 z に対して、複素数 w を

$$w = \frac{z - 2i}{1 + 2iz}$$

で定める。複素数 z および w の共役複素数をそれぞれ \bar{z} , \bar{w} で表すとき、次の間に答えよ。

- (1) $z = 1$ のとき、 w の実部と虚部をそれぞれ求めよ。
- (2) z を w で表せ。また、 \bar{z} を \bar{w} で表せ。
- (3) 複素数平面上で点 z が $|z| = 1$ を満たしながら動くとき、点 w はどんな図形をえがくか。

4 3つの関数 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ を

$$f(x) = 2e^{-2x}, \quad g(x) = e^{-x}, \quad h(x) = \int_0^x f(x-t)g(t)dt$$

で定める。次の問に答えよ。

- (1) $f(x) = g(x)$ を満たす x の値を求めよ。
- (2) $h(x)$ を x の式で表せ。また、関数 $h(x)$ の極値を求めよ。
- (3) 極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} h(x)$ および $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$ の値をそれぞれ求めよ。